

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
2. veljače 2017.

Pismeni ispit iz Kombinatorne i diskretne matematike
Ak. god. 2015./2016.

Zadatak 1 [20b] *U ravnini su sve točke obojane jednom od dvije boje. Dokažite da postoji pravokutnik kojemu su sva 4 vrha obojana istom bojom.*

Zadatak 2 [20b] *Ivana je napravila kolače te ih želi rasporediti u 5 kutija kako bi ih mogla pokloniti prijateljima. Ukoliko je poznato da Ivana na raspolaganju za slaganje ima 15 čokoladnih kolača, 20 kolača od kokosa, 5 kolača s orasima i 12 kolača s jabukama, na koliko načina Ivana može rasporediti kolače ako:*

- a) *svi prijatelji moraju dobiti barem 1 čokoladni kolač i barem 2 kolača od kokosa?*
- b) *jedan prijatelj (unaprijed odabran) ne smije dobiti niti jedan kolač s orasima?*
- c) *svi prijatelji trebaju dobiti jednak broj kolača, pri čemu za Ivanu ostaju 2 kolača?*

Zadatak 3 [20b] *Na koliko se načina može obojati površina sastavljena od 25 kvadrata veličine 1×1 , ukoliko su ti kvadrati poredani tako da čine veliki kvadrat 5×5 te ako se svaki kvadrat može obojati crvenom, žutom, plavom ili zelenom bojom pri čemu u svakom redu mora biti barem 2 crvena kvadrata?*

Zadatak 4 [20b] *Riješite sljedeću rekurziju:*

$$a_n - 2a_{n-1} - 3a_{n-2} = n^2 - \frac{1}{2} + 3 \cdot 2^n, a_0 = -5, a_1 = -\frac{25}{4}.$$

Zadatak 5 [20b] *Neka je G povezan graf. Dokažite da bilo koja dva puta maksimalne duljine u G imaju barem jedan zajednički vrh.*