

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku  
16. veljače 2016.

**Pismeni ispit iz Kombinatorne i diskretne matematike**  
Ak. god. 2015./2016.

**Zadatak 1** [20b] *Koliko ima djelitelja broja  $30^{30}$  koji imaju točno 30 djelitelja?*

**Zadatak 2** [20b] *U kvadratu duljine stranice 1000 zadano je 4045 krugova promjera 1. Dokažite da unutar kvadrata postoji pravokutnik dimenzija  $10 \times 20$  koji ne siječe niti jedan od zadanih krugova.*

**Zadatak 3** [20b] *Bacamo  $k$  različito obojanih igračih kocki. Nađite odgovarajuću funkciju izvodnicu za zbroj brojeva dobivenih na kockama, i odredite koliko ima različitih rasporeda brojeva na kockama da njihov zbroj iznosi točno  $n$ . Izračunajte taj broj za  $k = 3$  i  $n = 10$ .*

**Zadatak 4** [20b] *Riješite sljedeću rekurziju:*

$$a_n - a_{n-1} - 2a_{n-2} = n^2 - 4 + 2 \cdot 3^n, a_0 = 10, a_1 = 19.$$

**Zadatak 5** [20b]

- a) *Postoji li graf s sljedećim nizom stupnjeva  $(3, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 6)$ ? Tvrdnju obrazložite.*
- b) *Pokažite da u svakom jednostavnom grafu postoje dva vrha istog stupnja.*