

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
21. lipnja 2016.

Pismeni ispit iz Kombinatorne i diskretne matematike
Ak. god. 2015./2016.

Zadatak 1 [20b] *Odredite:*

- a) *koliko ima šesteroznamenkastih prirodnih brojeva s neparnim brojem neparnih znamenki,*
- b) *koliko ima particija skupa od $3n$ elemenata na tročlane podskupove?*

Zadatak 2 [20b] *Pripremajući se za europsko nogometno prvenstvo, nogometna reprezentacija je imala 10 tjedana priprema. Stručni štab je odlučio da reprezentacija igra svaki dan bar jednu probnu utakmicu. No, da se igrači ne bi premorili, odlučeno je da se u svakom tjednu (7 dana) odigra najviše 11 probnih utakmica. Pokažite da će na tim pripremama reprezentacija odigrati u nekoliko uzastopnih dana točno 20 utakmicu.*

Zadatak 3 [20b] *U vlaku se nalazi $n \geq 2$ putnika. Na koliko načina oni mogu izaći na 4 stanice tako da na prvoj stanici izađe najviše jedan putnik, na drugoj stanici paran broj putnika, a na četvrtoj svi koji su ostali u vlaku? Napomena: putnici i stanice su međusobno različiti.*

Zadatak 4 [20b] *Neka je niz (z_n) definiran na sljedeći način:*

$$z_0 = 1, z_{n+1} = \frac{z_n - a}{z_n - b}, n \geq 0$$

pri čemu su a i b realni brojevi i $b \neq 1$. Dokažite da ako za niz (u_n) vrijedi

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = z_n - b$$

tada je

$$u_{n+2} + (b - 1)u_{n+1} + (a - b)u_n = 0, n \geq 0.$$

Pronađite eksplicitnu formulu za z_n za $a = 0$ i $b = 2$.

Zadatak 5 [20b]

- a) *Postoji li graf s sljedećim nizom stupnjeva $(3, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6)$? Tvrđnju obrazložite.*
- b) *Postoji li bipartitni graf sa sljedećim nizom stupnjeva $(3, 3, 3, 3, 3, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6)$? Tvrđnju obrazložite.*