

**1. kontrolna zadaća iz Kombinatorike i diskretne matematike**  
Ak. god. 2014./2015.

**Zadatak 1** [15b] *Na prozoru oblika kvadrata duljine stranice 1m nalazi se 51 komarac. Može li Marko metlicom oblika kruga polumjera  $\frac{1}{7}m$ , jednim udarcem ubiti 3 komarca?*

**Zadatak 2** [20b] *Na raspolaganju imamo 10 crvenih i 7 zelenih kuglica. Sve su kuglice različitih veličina.*  
a) *Koliko je nizova sastavljenih od 3 crvene i 5 zelenih kuglica?*  
b) *Koliko je nizova sastavljenih od svih zelenih i 8 crvenih kuglica tako da zelene kuglice nisu susjedne?*  
c) *Na koliko načina možemo sve kuglice složiti u krug ako zelene kuglice moraju biti jedna do druge?*

**Zadatak 3** [20b] *Zadan je broj 174611471881.*

- Koliko je brojeva sastavljenih od svih znamenaka danog broja ?*
- Koliko je 4-znamenkastih brojeva sastavljenih od svih znamenaka danog broja osim znamenke 1?*
- Koliko je neparnih 4-znamenkastih brojeva sastavljenih od međusobno različitih znamenaka danog broja?*
- Odredite broj svih klasa na koje možemo podijeliti sve prirodne brojeve sastavljene od znamenaka danog broja pri čemu brojevi sa istim (multi)skupom znamenaka pripadaju istoj klasi.*

**Zadatak 4** [20b] *Odredite broj rješenja jednadžbe*

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 45$$

*u skupu  $\mathbb{N}_0$  uz uvjete  $x_1, x_2 \geq 1$ ,  $x_3, x_4 \geq 4$  i  $6 \geq x_5 \geq 2$ .*

**Zadatak 5** [20b] *Dokažite da vrijedi*

$$\sum_{k=0}^n 2^{k-2}(k-1) \binom{n}{k} = \frac{n}{2} 3^{n-1} - \frac{3^n}{4}.$$

**1. kontrolna zadaća iz Kombinatorike i diskretne matematike**  
Ak. god. 2014./2015.

**Zadatak 1** [20b] *U laboratoriju dimenzije  $8m \times 4m \times 2m$  iz razbijenog terarija pobjeglo je 49 leptira. Dokažite da postoji prostor oblika kocke duljine brida  $2m$  u kojem se nalazi barem 7 leptira.*

**Zadatak 2** [20b] *Na raspolaganju imamo 8 crvenih i 6 zelenih kuglica. Sve su kuglice različitih veličina.*  
a) *Koliko je nizova sastavljenih od 5 crvenih i 4 zelenih kuglica tako da na prva 4 mjesta budu crvene kuglice?*

b) *Koliko je nizova sastavljenih od svih zelenih i 6 crvenih kuglica tako da zelene kuglice budu jedna do druge i crvene kuglice budu jedna do druge?*

c) *Na koliko načina možemo sve zelene i 6 crvenih kuglica složiti u krug tako da crvene i zelene kuglice alterniraju ?*

**Zadatak 3** [20b] *Zadan je broj 82128887112.*

a) *Koliko je brojeva sastavljenih od svih znamenaka danog broja ?*

b) *Koliko je 5-znamenkastih brojeva sastavljenih od svih znamenaka danog broja osim znamenke 7?*

c) *Koliko je parnih 3-znamenkastih brojeva sastavljenih od međusobno različitih znamenaka danog broja?*

d) *Odredite broj svih klasa na koje možemo podijeliti sve prirodne brojeve sastavljene od znamenaka danog broja pri čemu brojevi sa istim (multi)skupom znamenaka pripadaju istoj klasi, a ne uzimamo u obzir dvoznamenkaste brojeve?*

**Zadatak 4** [20b] *Odredite broj rješenja jednadžbe*

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 65$$

*u skupu  $\mathbb{N}_0$  uz uvjete  $x_1, x_2 \geq 1$ ,  $x_4, x_6 \geq 0$ ,  $x_3 \geq 4$  i  $7 \geq x_5 \geq 1$ .*

**Zadatak 5** [20b] *Dokažite da vrijedi*

$$\sum_{k=0}^n \frac{3^{k+1} + (-1)^k}{k+1} \binom{n}{k} = \frac{4^{n+1}}{n+1}.$$