

## Pravila

Studenti mogu pristupiti polaganju 2 kolokvija koji pokrivaju cijelo gradivo. Svaki kolokvij piše se 2 sata, a uspješno položeni kolokviji zamjenjuju pismeni dio ispita. Da bi uspješno položio kolokvije, student mora skupiti minimalno 80 bodova od ukupnih 200, pri čemu na svakom pojedinom kolokviju mora ostvariti barem 20 bodova. Student ima mogućnost popravka jednog od kolokvija na kojem nije postignuta prolazna razina. Rezultati kolokvija bit će objavljeni na web stranicama kolegija.

Napomena: U kolokviju je potrebno obrazložiti sve svoje tvrdnje.

---

**Zadatak 1 (10).** Zadani sud

$$(\forall c \in \mathbb{R})(\exists d \in \mathbb{R})(c \neq 0 \implies c \cdot d = 1)$$

zapišite riječima te odredite njegovu istinitost. Navedite negaciju zadanoga suda.

**Zadatak 2 (15).** Dokažite da se logičke operacije negacija, konjunkcija, ekskluzivna disjunkcija i implikacija mogu prikazati pomoću Lukasiewiczzeve operacije  $\downarrow$ .

**Zadatak 3 (25).** Neka je  $U = \mathbb{R}$  i

$$A = \{x \in \mathbb{R}_0^+ : \frac{2x-9}{x+5} \leq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{N}_0 : 3x^2 - 11x - 20 \leq 0\}$$
$$C = \{x \in \mathbb{Q} : x^2 - 7 = 0\}.$$

- a) Odredite elemente skupova  $S_1 = A \cup B \cup C$ ,  $S_2 = A \cap B \cap C$ ,  $S_3 = \mathcal{P}(A \cap B)$  i  $S_4 = \mathcal{P}(\mathcal{P}(A \cap C))$ .
- b) Skicirajte skupove  $A^2$  i  $(A \setminus C) \times B$ .

**Zadatak 4 (20).** Neka su  $A$ ,  $B$  i  $C$  proizvoljni podskupovi univerzalnog skupa  $U$ . Ispitajte odnos skupova

$$A \cup (B \cap C) \quad \text{i} \quad (A \setminus B) \cup (C \cap (B \setminus A)).$$

**Zadatak 5 (10).** Funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  zadana je formulom

$$f(x) = \begin{cases} x+3, & x \leq 4 \\ 11-x, & x > 4 \end{cases}$$

Provjerite je li dana funkcija injekcija, surjekcija, bijekcija. Odredite skupove  $f(\{-2, 5\})$  i  $f^{-1}(\{2\})$ .

**Zadatak 6 (20).** Funkcije  $g_i : [-1, 1] \rightarrow [-3, 3]$ ,  $i = 1, 2, 3$ , su zadane formulama

$$g_1(x) = 6x^2 - 3, \quad g_2(x) = -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}, \quad g_3(x) = 9 \left( \frac{2^x - 1}{2^x + 1} \right).$$

Pokažite koje od ovih funkcija se mogu, a koje ne, koristiti za dokaz ekvipotentnosti skupova  $[-1, 1]$  i  $[-3, 3]$ .