

**PISMENI ISPIT IZ KONVEKSNIH FUNKCIJA**

1. Dokažite da je skup  $K = \{(x_1, x_2) \in \mathbf{R}^2 : x_2 \leq \log x_1, x_1 > 0\}$  konveksan.
2. Neka je  $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  proizvoljna  $n$ -toraka pozitivnih brojeva. Dokažite:

$$K_n(a) \leq \max\{a_1, \dots, a_n\},$$

gdje je  $K_n(a)$  kvadratna sredina  $n$ -torke  $a$ .

3. Dokažite: Ako su  $g_1, g_2 : I \rightarrow \mathbf{R}$  pozitivne konkavne funkcije,  $g_1$  padajuća i  $g_2$  rasuća funkcija, onda je produkt funkcija  $g_1 \cdot g_2 : I \rightarrow \mathbf{R}$  konkavna funkcija.
4. Dokažite ili opovrgnite tvrdnju: Neka je  $f : I \rightarrow \mathbf{R}$  neprekidna funkcija. Tada je funkcija  $f$  konveksna na  $I$  ako i samo ako je Jensen-konveksna na  $I$ .
5. Dokažite ili opovrgnite tvrdnju: Neka je  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  neprekidna funkcija. Funkcija  $f$  je konveksna ako i samo ako vrijedi:

$$\int_0^1 f(x + \lambda(y - x))d\lambda \leq \frac{f(x) + f(y)}{2},$$

za sve  $x, y \in \mathbf{R}$

**Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.