

**PRVI KOLOKVIJ IZ KONVEKSNIH FUNKCIJA**

1. [25 bodova]
  - (a) Napišite definiciju konveksnog skupa.
  - (b) Dokažite da je skup  $S_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3\}$  konveksan.
  - (c) Dokažite da je skup  $S_2 = \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 : v \geq f(u), f \text{ konveksna funkcija}\}$  konveksan.
2. [10 bodova] Napišite definiciju afinog skupa. Pojasnite odnos između konveksnog i afinog skupa, te navedite primjer.
3. [10 bodova] Definirajte konveksnu ljusku (konveksni omotač) skupa  $S$ . Skicirajte skup  $S$  koji nije konveksan i njegovu konveksnu ljusku.
4. [20 bodova] Dokažite: Skup  $T \subseteq \mathbf{R}^n$  je afin skup ako i samo ako je skup  $T$  translacija potprostora od  $\mathbf{R}^n$
5. [20 bodova]
  - (a) Napišite definiciju konveksne funkcije.
  - (b) Napišite definiciju Jensen konveksne funkcije.
  - (c) Provjerite konveksnost funkcije  $f(x) = a^x$ ,  $0 < a < 1$ .
6. [15 bodova] Iskažite i dokažite obrnutu (suprotnu) Jensenovu nejednakost.

**Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.