

Odjel za matematiku  
Sveučilište u Osijeku

**Pismeni dio ispita iz Uvoda u teoriju brojeva**

23. lipnja 2010.

1. Riješite sustav kongruencija

$$x \equiv 10 \pmod{15} \quad x \equiv 19 \pmod{21} \quad x \equiv 25 \pmod{60}.$$

2. Nađite sve prirodne brojeve  $n$  za koje je  $\varphi(n) = 42$ .
3. Odredite najmanji primitivni korijen modulo 53. Primjenom indeksa nađite barem jedno rješenje kongruencije  $x^{67} \equiv 17 \pmod{53}$ .
4. Odredite sve prirodne brojeve  $n$  za koje je  $\sigma(n)$  neparan.
5. Neka je  $k$  neparan broj i  $k \geq 3$ . Odredite razvoj u jednostavni verižni razlomak broja  $\sqrt{k^2 + 4}$ . Nađite fundamentalno rješenje Pellove jednadžbe  $x^2 - (k^2 + 4)y^2 = 1$ .