

PISMENI ISPIT IZ UVODA U TEORIJU BROJEVA

1. Odredite sve proste brojeve p takve da je $19p + 8$ kub proizvoljnog cijelog broja x .
2. Nađite sva rješenja sustava kongruencija
$$x + 2y \equiv 2 \pmod{23}$$
$$x - 2y \equiv 3 \pmod{23}.$$
3. Dokažite da je $\frac{k^5}{5} + \frac{k^3}{3} + \frac{7k}{15}$ cijeli broj, za svaki cijeli broj k .
4. Neka je $n \geq 2$ prirodan i $p = 4^n + 1$ prost broj. Ispitajte jesu li 2, 3 i 4 kvadratni ostatci ili neostatci modulo p .
5. Neka su $n \geq 2$ i $d \neq \square$ prirodni brojevi.
 - i) Odredite razvoj broja $\sqrt{n^2 - 1}$ u verižni razlomak.
 - ii) Dokažite da je period razvoja broja $\sqrt{k^2 d}$ u verižni razlomak jednak 2, za beskonačno mnogo prirodnih brojeva k .