

PISMENI ISPIT IZ UVODA U TEORIJU BROJEVA

1. Ako je poznato da je r ostatak pri dijeljenju brojeva 2014 i 2121 brojem n i $n > 1$, odredite $n - r$.
2. Neka su a, b prirodni brojevi sa svojstvom da je $(a, 451) = (b, 451) = 1$. Dokažite da $451 | a^{40} - b^{40}$.
3. Ako za prirodan broj $n > 1$ vrijedi

$$(n - 1)! \equiv -1 \pmod{n},$$

dokažite da je n prost broj.

4. Koje su oblika prirodni brojevi n svojstvom da je

$$\left(\frac{20}{n}\right) = 1 \quad \text{i} \quad 3n \equiv 31 \pmod{52}?$$

5. Dokažite da je $p = 7$ jedini prost broj sa svojstvom da je $47p^2 + 1$ potpun kvadrat.