

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku

Drugi kolokvij iz Uvoda u teoriju brojeva

10. lipnja 2016.

1. (a) Izračunajte Legendreov simbol $\left(\frac{-2016}{173}\right)$.
(b) Za sve $b \in \mathbb{Z}$ takve da $31|b^{15} + 1$, ispitajte je li $2b$ kvadratni ostatak ili kvadratni neostatak modulo 31.
2. Dokažite da prirodan broj oblika $4n^2 + 3$, $n \in \mathbb{Z}$, ne može imati prostih faktora oblika $3k + 2$, $k \in \mathbb{N}$.
3. Odredite najveći zajednički djelitelj Gaussovih cijelih brojeva $9 + 7i$ i $8 + i$.
4. Neka je $p \equiv 3 \pmod{4}$ prost broj. Odredite sve primitivne Pitagorine trojke u kojima je jedan član jednak p .
5. Nađite barem dva rješenja u prirodnim brojevima jednadžbe $x^2 = 96y^2 + 1$.

Napomena. Sve svoje tvrdnje obrazložite.