

**Drugi kolokvij iz Uvoda u teoriju brojeva**

9. lipnja 2017.

- (a) Izračunajte  $s = \left(\frac{-1805}{1921}\right)$ . Je li  $s$  Legendreov simbol?  
(b) Neka je  $p$  neparan prost broj i  $a \in \mathbb{Z}$  takav da vrijedi  $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv -1 \pmod{p}$ .  
Može li diofantska jednadžba

$$x^2 + py - a = 0$$

imati rješenja?

- Neka je  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n \equiv 5 \pmod{8}$ . Izračunajte Jacobijev simbol  $\left(\frac{n^3}{n-2}\right)$ .
- Neka je  $n \in \mathbb{N}$  i  $\alpha_n = 1 + 2ni$ . Odredite najmanji prirodni broj  $n$  za koji je  $\alpha_n$  prost Gaussov cijeli broj i najmanji prirodni broj  $n$  za koji je  $\alpha_n$  složen Gaussov cijeli broj.
- Odredite sve Pitagorine trojke u kojima je jedna stranica jednaka 18.
- Ako je moguće, odredite po dva rješenja u prirodnim brojevima jednadžbi

$$x^2 - 28y^2 = \pm 1.$$

**Napomena.** Sve svoje tvrdnje obrazložite.