

KVADRATNI OSTATCI

Zadatak 1 *Odredite sve kvadratne ostatke modulo 11.*

Zadatak 2 *Izračunajte Legendreove simbole*

$$\left(\frac{150}{197}\right), \quad \left(\frac{-241}{389}\right), \quad \left(\frac{8201}{8191}\right).$$

Zadatak 3 *Ispitajte ima li diofantska jednadžba*

$$3x^2 - 4y^2 = 13$$

rješenja.

Zadatak 4 *Neka je $p \equiv 1 \pmod{4}$ prost broj. Dokažite da je r kvadratni ostatak modulo p ako i samo ako je $p - r$ kvadratni ostatak modulo p .*

Zadatak 5 *Neka je $p \equiv 3 \pmod{4}$ prost broj takav da je $q = 2p + 1$ također prost. Dokažite da je*

$$2^p \equiv 1 \pmod{q}.$$

Zadatak 6 *Neka je q prost broj oblika $q = p^2 + 4b^2$, $b \in \mathbb{Z}$, i p neparan prost broj. Dokažite da je*

$$\left(\frac{p}{q}\right) = 1.$$

Zadatak 7 *Neka je p prost broj oblika $p = 2^k + 1$, $k \geq 3$. Označimo s d red od 2 modulo p . Dokažite da je $d \leq \frac{p-1}{2}$.*

Zadatak 8 *Odredite sve neparne proste brojeve p oblika $4k + 3$ sa svojstvom da je 7 kvadratni ostatak modulo p .*