

## Drugi kolokvij iz Uvoda u teoriju brojeva

11. lipnja 2012.

- Izračunajte Jacobijeve simbole  $\left(\frac{159}{7927}\right), \left(\frac{666}{777}\right)$ .
  - Provjerite je li -4 kvadratni ostatak modulo 28405.
- Neka je  $p$  prost broj takav da je  $q = 4p + 1$  također prost broj.
  - Dokažite da je  $2^{2p} \equiv -1 \pmod{q}$ .
  - Odredite  $\left(\frac{p}{q}\right)$ .
- Ako je  $\alpha = 1 + yi \in \mathbb{Z}[i]$ , koje sve vrijednosti može poprimiti  $\beta = (\alpha, \bar{\alpha})$ ? Odredite sve vrijednosti parametra  $y$  za koje  $\alpha$  i  $\bar{\alpha}$  nisu relativno prosti.
- Nađite sve Pitagorine trokute čija suma stranica nije veća od 60.
- U skupu  $\mathbb{N}_0$  nađite sva rješenja sljedećih jednačbi

$$x^2 - 29y^2 = \pm 1,$$

uz uvjet da je  $|y| < 2000$ .