Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku

Drugi kolokvij iz Uvoda u teoriju brojeva

10. lipnja 2014.

1. a) Izračunajte $\left(\frac{39}{143}\right)$, $\left(\frac{122}{211}\right)$.

   b) Ispitajte ima li diofantska jednadžba $x^2 + 1 = 7y$ rješenja.

2. Neka je p prost broj takav da postoji prirodan broj k sa svojstvom $p = 4k + 3$ i 3 je kvadratni ostatak modulo p. Dokažite ili opovrgnite: $k \equiv 2 \pmod 3$.

3. Neka je $\beta = 7 + 4i$, $\alpha_\lambda = \lambda + i$. Za sve Gausove cijele brojeve α_λ sa svojstvom $\mathcal{N}(\alpha_\lambda) = \mathcal{N}(\beta)$, odredite $\delta_\lambda = (\alpha_\lambda, 3\beta)$.

4. Odredite sve primitivne Pitagorine trojke u kojima je barem jedna stranica manja od 8.

5. Nađite, ako postoje, najmanja rješenja u prirodnim brojevima jednadžbi

$$x^2 - 41y^2 = \pm 1.$$