

IME I PREZIME: _____

GRUPA: _____

Zadatak	1	2	3	4	5	Σ
Bodovi						

Ekonomski fakultet, Sveučilište u Osijeku
06. lipnja 2017.

3. kolokvij iz Matematike

Ak. god. 2016./2017.

skupina A

1. a) [5 bod] Definiraj singularne matrice.

b) [10 bod] Navedi Laplaceov razvoj po i -tom retku.

c) [5 bod] Navedite Binet-Cauchyev teorem.

2. Neka su zadane matrice:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 5 \\ 4 & 2 & -3 \\ 9 & 0 & -7 \end{bmatrix} \text{ i } B = \begin{bmatrix} 10 & 15 & 2 \\ 15 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$$

a) [6 bod] Izračunajte $2A + B$

b) [5 bod] Izračunajte $B - A$

c) [3 bod] Izračunajte $\text{tr}(A) + \text{tr}(B)$

d) [6 bod] Provjerite jesu li matrice A i B simetrične, antisimetrične ili niti jedno od navedenog?

3. Koristeći Gaussovu metodu:

a) [10 bod] Odredite inverz matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 7 & -5 \\ -4 & -15 & 12 \end{bmatrix}$

b) [10 bod] Riješite sljedeći sustav jednažbi:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 6 \\4x_2 + 2x_3 - x_4 &= 5 \\-2x_1 + 5x_2 + x_3 &= 7 \\2x_1 + x_2 + 2x_4 &= 7\end{aligned}$$

4. [20 bod] Neka su dane matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 7 \\ 5 & -6 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{bmatrix} \text{ i } C = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

Izračunajte $\det(A)$, $\det(B)$, $\det(C)$ i $\det(ABC)$, ako postoje.

5. a) [10 bod] Prema Cramerovom pravilu kada sustav jednadžbi nema rješenje?

b) [10 bod] Primjenom Cramerovog pravila diskutirajte rješenja sljedećih sustava jednadžbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} 2x_1 + \lambda x_2 &= 1 \\ -\lambda x_1 - 2x_2 &= 1 \end{aligned}$$

IME I PREZIME: _____

GRUPA: _____

Zadatak	1	2	3	4	5	Σ
Bodovi						

Ekonomski fakultet, Sveučilište u Osijeku
06. lipnja 2017.

3. kolokvij iz Matematike

Ak. god. 2016./2017.

skupina B

1. a) [5 bod] Definiraj regularne matrice.

b) [10 bod] Navedi Laplaceov razvoj po j -tom stupcu.

c) [10 bod] Navedite dva svojstva determinanti.

2. Neka su zadane matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 15 & -2 \\ -15 & 0 & -5 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix} \text{ i } B = \begin{bmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 7 & 3 & -2 \\ 0 & 9 & -4 \end{bmatrix}$$

a) [6 bod] Izračunajte $A + 2B$

b) [5 bod] Izračunajte $A - B$

c) [3 bod] Izračunajte $\text{tr}(A) + \text{tr}(B)$

d) [6 bod] Provjerite jesu li matrice A i B simetrične, antisimetrične ili niti jedno od navedenog?

3. Koristeći Gaussovu metodu:

a) [10 bod] Odredite inverz matrice $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -3 & -8 & -10 \\ 3 & 11 & 15 \end{bmatrix}$

b) [10 bod] Riješite sljedeći sustav jednažbi:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 6 \\2x_2 - x_3 + 3x_4 &= 1 \\2x_1 + 3x_2 - 2x_3 &= 2 \\-x_1 + 2x_3 + 2x_4 &= 5\end{aligned}$$

4. [20 bod] Neka su dane matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -3 & 4 & -1 \\ 5 & -1 & 3 \end{bmatrix} \text{ i } C = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 0 \\ -5 & 8 \end{bmatrix}$$

Izračunajte $\det(A)$, $\det(B)$, $\det(C)$ i $\det(ABC)$, ako postoje..

5.

a) [5 bod] Prema Cramerovom pravilu kada sustav jednadžbi ima jedinstveno rješenje?

b) [10 bod] Primjenom Cramerovog pravila diskutirajte rješenja sljedećih sustava jednadžbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$2x_1 + x_2 = \lambda$$

$$\lambda x_1 + x_2 = 2$$

IME I PREZIME: _____

GRUPA: _____

Zadatak	1	2	3	4	5	Σ
Bodovi						

Ekonomski fakultet, Sveučilište u Osijeku
06. lipnja 2017.

3. kolokvij iz Matematike

Ak. god. 2016./2017.

skupina C

1. a) [5 bod] Koje matrice nazivamo antisimetrične matrice?

b) [10 bod] Navedi Laplaceov razvoj po i -tom retku.

c) [5 bod] Navedite Binet-Cauchyev teorem.

2. Neka su zadane matrice:

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 8 & 5 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & -4 \end{bmatrix} \text{ i } B = \begin{bmatrix} 0 & 7 & 6 \\ 7 & 16 & 5 \\ 6 & 5 & 25 \end{bmatrix}$$

a) [6 bod] Izračunajte $2A + B$

b) [5 bod] Izračunajte $B - A$

c) [3 bod] Izračunajte $tr(A) + tr(B)$

d) [6 bod] Provjerite jesu li matrice A i B simetrične, antisimetrične ili niti jedno od navedenog?

3. Koristeći Gaussovu metodu:

a) [10 bod] Odredite inverz matrice $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 4 & 1 & 9 \\ 6 & 5 & 32 \end{bmatrix}$

b) [10 bod] Riješite sljedeći sustav jednažbi:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 6 \\3x_2 - x_3 - 5x_4 &= 4 \\5x_1 - 3x_2 + 7x_4 &= 8 \\x_1 + 2x_3 + 2x_4 &= 4\end{aligned}$$

4. [20 bod] Neka su dane matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -5 & -7 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 7 & -5 \\ -6 & 4 \end{bmatrix} \text{ i } C = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 4 \\ -4 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

Izračunajte $\det(A)$, $\det(B)$, $\det(C)$ i $\det(ABC)$, ako postoje.

5. a) [10 bod] Prema Cramerovom pravilu kada sustav jednadžbi ima beskonačan broj rješenja?

b) [10 bod] Primjenom Cramerovog pravila diskutirajte rješenja sljedećih sustava jednadžbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} 3x_1 + \lambda x_2 &= 1 \\ -\lambda x_1 - 3x_2 &= 1 \end{aligned}$$

IME I PREZIME: _____

GRUPA: _____

Zadatak	1	2	3	4	5	Σ
Bodovi						

Ekonomski fakultet, Sveučilište u Osijeku
06. lipnja 2017.

3. kolokvij iz Matematike

Ak. god. 2016./2017.

skupina D

1. a) [5 bod] Koje matrice nazivamo simetrične matrice?

b) [10 bod] Navedi Laplaceov razvoj po j -tom stupcu.

c) [10 bod] Navedite dva svojstva determinanti.

2. Neka su zadane matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & -4 \\ -5 & 0 & -10 \\ 4 & 10 & 0 \end{bmatrix} \text{ i } B = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 8 & 5 & -4 \\ 1 & 8 & -1 \end{bmatrix}$$

a) [6 bod] Izračunajte $A + 2B$

b) [5 bod] Izračunajte $A - B$

c) [3 bod] Izračunajte $tr(A) + tr(B)$

d) [6 bod] Provjerite jesu li matrice A i B simetrične, antisimetrične ili niti jedno od navedenog?

3. Koristeći Gaussovu metodu:

a) [10 bod] Odredite inverz matrice $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 6 & 3 & -2 \\ 3 & 4 & -10 \end{bmatrix}$

b) [10 bod] Riješite sljedeći sustav jednažbi:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 6 \\x_1 - 4x_3 + 3x_4 &= 5 \\3x_1 + 2x_2 - 5x_3 &= 4 \\2x_1 + 2x_2 - 2x_4 &= 2\end{aligned}$$

4. [20 bod] Neka su dane matrice:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 2 & -5 \end{bmatrix} \text{ i } C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -5 \\ 2 & 3 & -8 \end{bmatrix}$$

Izračunajte $\det(A)$, $\det(B)$, $\det(C)$ i $\det(ABC)$, ako postoje.

5. a) [5 bod] Prema Cramerovom pravilu kada sustav jednadžbi ima jedinstveno rješenje?

b) [10 bod] Primjenom Cramerovog pravila diskutirajte rješenja sljedećih sustava jednadžbi u ovisnosti o parametru $\lambda \in \mathcal{R}$

$$3x_1 + x_2 = \lambda$$

$$\lambda x_1 + x_2 = 3$$