

Odjel za matematiku,
Sveučilište u Osijeku

Pismeni dio ispita iz Diferencijalnog računa

7. rujna 2020.

1. Odredite prirodno područje definicije funkcije $f(x) = \sqrt{\log_{x-2}(x^2 - 8x + 15)}$.
2. Rastavite na parcijalne razlomke sljedeću racionalnu funkciju:

$$f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x(x+3)^2(x^2+1)}.$$

3. Ispitajte konvergenciju niza (a_n) zadanog rekurzivno s

$$a_1 = \sqrt{\frac{2+a_0^2}{3}}, \quad a_{n+1} = \sqrt{\frac{2+a_n^2}{3}}, \quad 0 < a_0 < 1.$$

Ukoliko je konvergentan, odredite njegov limes.

4. Riješite limese

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \left[\left(x + \frac{a}{n}\right) + \left(x + \frac{2a}{n}\right) + \dots + \left(x + \frac{(n-1)a}{n}\right) \right];$

b) $\lim_{x \rightarrow e} \left[\ln(\sin(1 - \ln x)) - \ln(1 - \ln^5 x) \right].$

5. Dokažite da se tangente na krivulju $y = \frac{1+3x^2}{3+x^2}$ povučene u točkama s ordinatom 1 sijeku u ishodištu koordinatnog sustava.