

**Prvi kolokvij iz Diferencijalnog računa**

1. **[15 bod]** Odredite domenu funkcije  $f$  zadane formulom  $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{1-2x}{x+3}}$ .
2. **[15 bod]** Neka je  $S = \left\{ \frac{n+1}{n+3} : n \in \mathbb{N} \right\}$ . Primjenom definicije dokažite da je  $\sup S = 1$ .
3. **[15 bod]** Zbroj prvih jedanaest članova geometrijskog niza čini 20% od zbroja sljedećih jedanaest članova tog istog niza. Koliko iznosi  $a_{11} : a_1$ ?
4. **[15 bod]** Odredite  $a \in \mathbb{R}$  takav da je  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{2n+1} = a$ . Pokažite da za svaki  $\varepsilon > 0$  postoji prirodan broj  $n_0(\varepsilon)$  takav da vrijedi:

$$\forall n \in \mathbb{N}, n \geq n_0(\varepsilon) \Rightarrow \left| \frac{n-1}{2n+1} - a \right| < \varepsilon.$$

Specijalno odredite  $n_0(0.02)$ .

5. Izračunajte sljedeće limese:

a) **[10 bod]**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{3n^2 - 2} \sin n!}{n-1}$

b) **[10 bod]**  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{\frac{11}{2}} (\sqrt{n^{11} + 1} - \sqrt{n^{11}})$

c) **[10 bod]**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n + \sqrt{n}}}}}}{\sqrt{n+3}}$

d) **[10 bod]**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 1}{2n^2 - 1} \right)^{\frac{3n^2 + 1}{n-1}}$ .