

Drugi kolokvij iz Diferencijalnog računa

25. siječnja 2021.

1. Bez primjene L'Hospitalovog pravila izračunajte sljedeće limese:

a)[5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt[3]{x+1} - 1}$,

b)[10 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos 2x}$,

c)[5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x - 3}{\sqrt{x^2 - 9}}$,

d)[10 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0^+} (3x + 1)^{\frac{1}{e^{4x} - 1}}$.

2. [10 bod.] Zadana je funkcija $f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$ formulom $f(x) = \frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x}$. Dodefinirajte funkciju f u točki $x = 0$ tako da bude neprekidna na skupu \mathbb{R} .

3. [10 bod.] Odredite jednadžbu tangente i normale na graf funkcije f zadane formulom $f(x) = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{x}}$ u točki s apscisom $x_0 = 1$.

4. Derivirajte sljedeće formulom zadane funkcije:

a)[10 bod.] $f(x) = \ln(\cos 2x + 4^{3x+1})$,

b)[10 bod.] $f(x) = \frac{e^{3x} + e^{-3x}}{e^x - e^{-x}}$,

c)[10 bod.] $f(x) = (3x^2 - 1)^{\operatorname{ctg} 2x}$.

5. [10 bod.] Odredite intervale monotonosti te lokalne ekstreme funkcije f zadane formulom $f(x) = (x^2 + 3)\sqrt{x + 2}$.

6. [10 bod.] Odredite intervale konveksnosti i konkavnosti te točke infleksije funkcije f zadane formulom $f(x) = e^{-2x^2 - 2x + 1}$.