

Prvi popravni kolokvij iz Diferencijalnog računa
1. veljače 2018.

1. [10 bod.] Dokažite da je za svaki prirodni broj n broj $n^7 + 6n$ djeljiv sa 7.
2. [10 bod.] Odredite domenu funkcije $f^{-1}(x)$ ako je funkcija f zadana uvjetom

$$f\left(\frac{x-1}{x+2}\right) = \frac{x+3}{1-3x}.$$

3. [10 bod.] Zadan je aritmetički niz $-5, -2, 1, \dots$. Odredite sumu S_{25} prvih 25 članova toga niza.
4. Niz realnih brojeva (a_n) zadan je svojim općim članom $a_n = \frac{n+1}{2n+3}$.
 - a) [10 bod.] Što možete reći o monotonosti niza (a_n) ?
 - b) [10 bod.] Pokažite da je niz (a_n) omeđen.
5. Izračunajte sljedeće limese:

a) [10 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^4 + 3} - 2\sqrt{n+1}}{\sqrt[4]{n^8 - n} + 1}$

b) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^5 - \sqrt[3]{n} + 4n}{n-1}$

c) [10 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} n^{\frac{7}{2}}(\sqrt{n^7 + 1} - \sqrt{n^7})$

d) [10 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+4)! + (3n+5)!}{(3n+6)!}$

e) [10 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n^2 + 2}{5n^2 + 1}\right)^{3n^2 + 5}$

f) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{11^n - 2 \cdot 9^n}{2 \cdot 11^n + 9^{n+1}}$

Drugi popravni kolokvij iz Diferencijalnog računa
1. veljače 2018.

1. Bez primjene L'Hospitalova pravila izračunajte sljedeće limese

a) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x - 4}$

b) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{1 - x^3}$

c) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^{2x} - 1}{x}$

d) [5 bod.] $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^x$.

2. [15 bod.] Odredite intervale monotonosti funkcije zadane formulom $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$.

3. [10 bod.] Primjenom definicije, odredite $f'_-(0)$ i $f'_+(0)$, ako je $f(x) = |x^2 - 3x + 2|$.

4. [15 bod.] Odredite parametre a i b tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x \leq 1 \\ bx + 1, & x > 1 \end{cases}$$

bude derivabilna. Skicirajte graf funkcije f .

5. Derivirajte sljedeće formulom zadane funkcije

a) [5 bod.] $f(x) = -2x^6 - \sqrt[3]{x} + \frac{5\pi}{8}$

b) [5 bod.] $f(x) = \sqrt{x^2 + e^{3x}}$

c) [10 bod.] $y = \frac{1 + \cos 6x}{1 - \cos 7x}$

d) [10 bod.] $f(x) = (2x + 1)^{x-1}$

e) [10 bod.] $y = \ln^2 x - \ln(\ln 3x)$.