

## Pismeni dio ispita iz Diferencijalnog računa

17. lipnja 2020.

1. Metodom matematičke indukcije dokažite da sljedeća tvrdnja vrijedi za svaki prirodan broj  $n \geq 2$ :

$$\frac{1}{\log_x 2 \cdot \log_x 4} + \frac{1}{\log_x 4 \cdot \log_x 8} + \cdots + \frac{1}{\log_x 2^{n-1} \cdot \log_x 2^n} = \left(1 - \frac{1}{n}\right) \frac{1}{\log_x^2 2}.$$

2. Ispitajte konvergenciju niza zadanog s

$$a_n = \underbrace{\sin(\sin(\sin(\cdots(\sin 1))))}_{n \text{ puta}}.$$

Ako je konvergentan, odredite mu limes.

3. Riješite limes

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x(5^x - 1)}{\ln(\sin x + 1)} \cdot (\cos x)^{\frac{1}{3x^2}} \right).$$

4. U kojoj točki na grafu funkcije  $f$  zadane formulom  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 7x + 6$  treba položiti tangentu tako da ona na pozitivnom dijelu osi ordinata odsjeca dva puta dulji odsječak nego na negativnom dijelu osi apscisa?
5. Odredite intervale monotonosti, lokalne ekstreme, te intervale konveksnosti i konkavnosti te točke infleksije funkcije  $f$  zadane formulom  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ .

M. Miloloža Pandur