Odjel za matematiku
Sveučilište u Osijeku

Pismeni dio ispita iz Diferencijalnog računa

30. siječnja 2017.

1. Funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definirana je formulom

$$f(x) = \operatorname{th}^2 x - 2 \operatorname{th} x + 3$$

gdje je $\operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}$ tangens hiperbolni. Odredite $f^{-1}([3,6])$.

2. Ispitajte konvergenciju niza (a_n) zadanog općim članom

$$a_n = \frac{(\sqrt{b+1} + \sqrt{b-1})^n - (\sqrt{b+1} - \sqrt{b-1})^n}{(\sqrt{b+1} + \sqrt{b-1})^n + (\sqrt{b+1} - \sqrt{b-1})^n}.$$

3. Odredite limes

$$\lim_{n\to\infty} \Big(\frac{1}{3\cdot 4} + \frac{1}{4\cdot 5} + \frac{1}{5\cdot 6} + \cdots + \frac{1}{(n+2)(n+3)} \Big).$$

4. Odredite parametre $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ tako da funkcija $y(x) = \sin(2 \arcsin x)$ zadovoljava jednadžbu

$$(1-x^2)y'' + \alpha x^\gamma y' + \beta y = 0.$$

5. Neka su $p, q \in \mathbb{R}$ i $r > 0$. Pokažite da je jednadžba tangente na kružnicu zadanu jednadžbom

$$(x-p)^2 + (y-q)^2 = r^2$$

u točki $T = (x_0, y_0)$ zadana s

$$(x_0 - p)(x-p) + (y_0 - q)(y-q) = r^2.$$

M. Miloloža Pandur