Prehrambeno - Tehnološki fakultet Osijek, Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
8. studenog 2016.

1. kontrolna zadaća iz Matematike I
Ak. god. 2016./2017.

Zadatak 1 [10 bod.]
a) Objasnite pojam gornje međe nekog skupa, a zatim navedite primjer nekog skupa koji ima gornju među i primjer nekog skupa koji nema gornju među.
b) Je li skup $\langle -\infty, 10] \cup \langle 5, 13\rangle$ omeđen odozgo? Svoju tvrdnju detaljno obrazložite.

Zadatak 2 [10 bod.]
a) Izvedite formulu za trigonometrijski oblik kompleksnog broja $z = x + yi$. (Poslužite se Gaussovom ravninom.)
b) Kada kažemo da su dva kompleksna broja $z_1 = a + bi$ i $z_2 = c + di$ jednaka?

Zadatak 3 [10 bod.] *Definirajte binomni koeficijent. Napišite binomnu formulu, a zatim pomoću nje izračunajte $(1 + 2x)^4$.*

Zadatak 4 [20 bod.] *Zadan je skup*

$$D = \left\{ \frac{15n+4}{5n-2} \mid n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Odredite mu infimum, supremum, odnosno, minimum i maksimum (ukoliko postoje).

Zadatak 5 [20 bod.] *U skupu realnih brojeva riješite nejednadžbu*

$$4x - |x - 5| < |x + 10|.$$

Zadatak 6 [20 bod.] *Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi tvrdnja*

$$7 \mid 2^{3n+3} - 14n - 8.$$

Zadatak 7 [20 bod.]
a)Izraunajte u skupu kompleksnih brojeva $\sqrt[3]{-27}$.

b) Odredite realni i imaginarni dio kompleksnog broja $z = i + i^3 + i^5 + \cdots + i^{2017}$.

Zadatak 8 [20 bod.] *Odredite koeficijent uz x^{11} u izrazu $\left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^{25}$.*

1. kontrolna zadaća iz Matematike I
Ak. god. 2016./2017.

Zadatak 1 [10 bod.]
a) Objasnite pojam donje međe nekog skupa, a zatim navedite primjer nekog skupa koji ima donju među i primjer nekog skupa koji nema donju među.
b) Je li skup $\langle -5, 5] \cup \langle 2, +\infty\rangle$ omeđen odozdo? Svoju tvrdnju detaljno obrazložite.

Zadatak 2 [10 bod.]
a) Skicirajte kompleksan broj $z = -1 + i$ u Gaussovoj ravnini. U istoj ravnini skicirajte kompleksno-konjugirani broj $\overline{z}$ broja z. Odredite argumente i module brojeva z i $\overline{z}$.
b) Napišite De Moivreovu formulu za računanje n-tog kompleksnog korijena broja $w = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$ i objasnite geometrijsko značenje dobivenih rješenja.

Zadatak 3 [10 bod.] *Objasnite postupak dokazivanja neke tvrdnje metodom matematičke indukcije.*

Zadatak 4 [20 bod.] *Zadan je skup*

$$A = \left\{ \frac{8n+5}{2n+3} \mid n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Odredite mu infimum, supremum, odnosno, minimum i maksimum (ukoliko postoje).

Zadatak 5 [20 bod.] *U skupu realnih brojeva riješite nejednadžbu:*

$$3x \geq -|x+2| + |x-3|.$$

Zadatak 6 [20 bod.] *Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki $n \in \mathbb{N}$ vrijedi:*

$$2 \cdot 5 + 4 \cdot 7 + ... + 2n \cdot (2n+3) = \frac{1}{3} n(n+1)(11+4n)$$

Zadatak 7 [20 bod.]
a) U skupu kompleksnih brojeva riješite jednadžbu: $z^4 + 1 = i$.

b) Skicirajte u Gaussovoj ravnini skup $\{z \in \mathbb{C} : -3Re(z) \leq -Im(z) + 3\}$.

Zadatak 8 [20 bod.] *Odredite koeficijent uz x^2 u izrazu $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + 2x^2\right)^{15}$.*

Prehrambeno - Tehnološki fakultet Osijek, Sveučilište J.J. Strossmayera u Osijeku
8. studenog 2016.

1. kontrolna zadaća iz Matematike I
Ak. god. 2016./2017.

Zadatak 1 [10 bod.]
a) Objasnite pojam omeđenosti nekog skupa, a zatim navedite primjer nekog skupa koji je omeđen i primjer nekog skupa koji nije omeđen.
b) Je li skup $[-1, +\infty\rangle \cap \langle -\infty, 4]$ *omeđen ? Svoju tvrdnju detaljno obrazložite.*

Zadatak 2 [10 bod.]
a) Objasnite što je modul, a što argument kompleksnog broja. Odredite skup svih mogućih vrijednosti koje može imati modul, odnosno argument proizvoljnog kompleksnog broja.
Kako dijelimo dva kompleksna broja ako im poznajemo module i argumente?
b) Napišite De Moivreovu formulu za računanje n*-te potencije kompleksnog broja* $z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$.

Zadatak 3 [10 bod.] *Definirajte apsolutnu vrijednost realnog broja te potom iskažite nejednakost trokuta. U Koordinatnom sustavu skicirajte* $|x|$.

Zadatak 4 [20 bod.] *Zadan je skup*

$$B = \left\{ \frac{12n+5}{3n-2} \,|\, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Odredite mu infimum, supremum, odnosno, minimum i maksimum (ukoliko postoje).

Zadatak 5 [20 bod.] *U skupu realnih brojeva riješite nejednadžbu:*

$$|x-6| \leq 2x - |x+1|.$$

Zadatak 6 [20 bod.] *Metodom matematičke indukcije pokažite da za svaki* $n \in \mathbb{N}$ *vrijedi tvrdnja*

$$15 \,|\, 4^{2n+2} + 15n - 16.$$

Zadatak 7 [20 bod.]
a) Izraunajte u skupu kompleksnih brojeva $\sqrt[3]{-1}$.

b) Odredite realni i imaginarni dio kompleksnog broja $z = i^2 + i^4 + i^6 + \cdots + i^{2016}$

Zadatak 8 [20 bod.] *Odredite koeficijent uz* x^4 *u izrazu* $\left(\frac{1}{\sqrt{x}} - x^3\right)^{20}$.