

Pismeni ispit iz Matematike I, PTF, 3. rujna 2021.

Ak. god. 2020./2021.

Zadatak 1 *Metodom matematičke indukcije dokažite da sljedeća tvrdnja vrijedi za svaki prirodan broj n :*

$$1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + \cdots + n \cdot (3n - 2) = \frac{n(n+1)(2n-1)}{2}.$$

Zadatak 2 *Odredite domenu funkcije f zadane formulom $f(x) = \frac{1}{|x-1|-2} + \frac{\sqrt{x^2-4}}{\ln(x+4)}$.*

Zadatak 3 *Odredite sve kompleksne brojeve z za koje vrijedi* $\begin{cases} |z| = 1, \\ \bar{z}^2 - \frac{1}{z} = -1. \end{cases}$

Zadatak 4 *Odredite realan broj α tako da funkcija f zadana formulom*

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-e^{-5x}}{\sin(3x)}, & x > 0 \\ 5x - 2\alpha + 1, & x \leq 0. \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 0$.

Zadatak 5 *Odredite, ako postoje, intervale monotonosti i lokalne ekstreme, te intervale konveksnosti i konkavnosti, te točke infleksije funkcije f zadane formulom $f(x) = \frac{x^2}{5x-2}$.*

TEORIJA

Zadatak 1 (5 bod.) *Navedite algebarski zapis kompleksnog broja z . Napišite formulu za modul kompleksnog broja. Kako definiramo broj \bar{z} ?*

Zadatak 2 (10 bod.) *Nadopunite sljedeće definicije:*

Kažemo da je funkcija $f: D \rightarrow K$ injekcija ako _____

Kažemo da je funkcija $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ parna ako _____

Kažemo da je funkcija $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ konkavna na intervalu (a, b) ako

Zadatak 3 (5 bod.) *Nadopunite sljedeću definiciju:*

Kažemo da je niz (a_n) konvergentan ako _____

Zadatak 4 (5 bod.) *Nadopunite:*

Neka je funkcija $f: (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ derivabilna na (a, b) . Funkcija f je monotono rastuća na (a, b) ako i samo ako je _____.