

IME I PREZIME: _____

GRUPA: _____

Ekonomski fakultet, Sveučilište u Osijeku

13. svibnja 2016.

2. kolokvij iz Matematike

Ak. god. 2015./2016.

skupina A

$$\sin 0 = 0, \cos 0 = 1$$

$$(c)' = 0, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}$$

$$(\log_a x)' = \log_a e \cdot 1/x, \quad x > 0$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

$$(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0, x \in \mathbb{R}$$

$$(e^x)' = e^x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(\sin x)' = \cos x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

BROJ BODOVA: _____

1. Odredite sljedeće limese nizova:

a) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 + \sqrt{n^6 + 3n^4}}{n + 4n^2 + \sqrt{n^6 - 2n}}$

b) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{n^3 + 2}\right)^{4n^3}$

2. a) [10 bod] Neka je $x_0 \in [a, b]$ i $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, gdje je $D = [a, b]$ ili $D = [a, b] \setminus \{x_0\}$. Definirajte limes funkcije f u točki x_0 .

b) [5+5 bod] Odredite sljedeće limese funkcija (u b2) obavezno skicirajte grafove):

b1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(7x) - \sin(2x)}{x}$

b2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} 2^{\frac{5}{x}}$

3. a) [10 bod] Kada je funkcija $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna u točki $x_0 \in D$?

b) [5 bod] Odredite realan broj A tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4-x}{16-x^2}, & x \neq 4; \\ A, & x = 4. \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 4$.

4. [5+5+10 bod] Izračunajte derivacije sljedećih funkcija:

a) $f(x) = e^x \cdot (\sqrt{x} + 6x^4 + 3)$

b) $f(x) = \frac{\cos(3x + 5)}{x}$

c) $f(x) = (2x + 3)^x$

5. a) [5+5 bod] Neka je pravac $y = kx + l$ desna kosa asimptota funkcije f . Napišite formule za računanje koeficijenata k i l .

- b) [10 bod] Odredite desnu kosu (horizontalnu) asimptotu funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x^2 + 3x + 2}.$$

6. [15 bod] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \frac{x^2}{3x+2}$.

IME I PREZIME: _____

GRUPA: _____

Ekonomski fakultet, Sveučilište u Osijeku

13. svibnja 2016.

2. kolokvij iz Matematike

Ak. god. 2015./2016.

skupina B

$$\sin 0 = 0, \cos 0 = 1$$

$$(c)' = 0, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}$$

$$(\log_a x)' = \log_a e \cdot 1/x, \quad x > 0$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

$$(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0, x \in \mathbb{R}$$

$$(e^x)' = e^x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(\sin x)' = \cos x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

BROJ BODOVA: _____

1. Odredite sljedeće limese nizova:

a) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-5}{2n+3} \right)^{2n}$

b) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 5^n + 4^{n-1}}{2^{n-1} - 3 \cdot 5^n}$

2. Odredite sljedeće limese funkcija (u a) obavezno skicirajte grafove):

a) [5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{4} \right)^{\frac{3}{x}}$

b) [5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(5x)}{\sin(2x)}$

3. a) [10 bod] Kada je funkcija $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna u točki $x_0 \in D$?

b) [5 bod] Odredite realan broj B tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} B, & x = 9 \\ \frac{81-x^2}{9-x}, & x \neq 9 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 9$.

4. a) [10 bod] Definirajte derivaciju funkcije $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ u točki $x_0 \in (a, b)$.

b) [5+5+10 bod] Izračunajte derivacije sljedećih funkcija:

b1) $f(x) = \sin x \cdot (2\ln x - 4x^3 + 2)$

b2) $f(x) = \frac{e^{2x+3}}{x}$

b3) $f(x) = (2x)^{\cos x}$

5. a) **[5+5 bod]** Kada je pravac $x = a$ vertikalna asimptota funkcije f ? Kada je pravac $y = l$ lijeva horizontalna asimptota funkcije f ?

- b) **[10 bod]** Odredite vertikalne asimptote i lijevu horizontalnu asimptotu funkcije

$$f(x) = \frac{x - 3}{x^2 + 3x - 4}.$$

6. **[15 bod]** Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \frac{x^2}{1 - 2x}$.

IME I PREZIME: _____

GRUPA: _____

Ekonomski fakultet, Sveučilište u Osijeku

13. svibnja 2016.

2. kolokvij iz Matematike

Ak. god. 2015./2016.

skupina C

$$\sin 0 = 0, \cos 0 = 1$$

$$(c)' = 0, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}$$

$$(\log_a x)' = \log_a e \cdot 1/x, \quad x > 0$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

$$(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0, x \in \mathbb{R}$$

$$(e^x)' = e^x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(\sin x)' = \cos x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

BROJ BODOVA: _____

1. Odredite sljedeće limese nizova:

a) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 2n^3} + 2n^4}{3n^2 - n - \sqrt{n^8 - n}}$

b) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{n^2 + 5}\right)^{3n^2}$

2. a) [10 bod] Neka je $x_0 \in [a, b]$ i $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, gdje je $D = [a, b]$ ili $D = [a, b] \setminus \{x_0\}$. Definirajte limes funkcije f u točki x_0 .

b) [5+5 bod] Odredite sljedeće limese funkcija (u b2) obavezno skicirajte grafove):

b1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(10x) - \sin(6x)}{x}$

b2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} 3^{\frac{2}{x}}$

3. a) [10 bod] Kada je funkcija $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna u točki $x_0 \in D$?

b) [5 bod] Odredite realan broj C tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5-x}{25-x^2}, & x \neq 5; \\ C, & x = 5. \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 5$.

4. [5+5+10 bod] Izračunajte derivacije sljedećih funkcija:

a) $f(x) = \ln x \cdot (\sqrt[4]{x} + 2x^3 + 2)$

b) $f(x) = \frac{\sin(2x - 4)}{x}$

c) $f(x) = (3x - 4)^x$

5. a) [5+5 bod] Neka je pravac $y = kx + l$ lijeva kosa asimptota funkcije f . Napišite formule za računanje koeficijenata k i l .

- b) [10 bod] Odredite desnu kosu (horizontalnu) asimptotu funkcije

$$f(x) = \frac{2x^2 + 6x}{x^2 + 3x - 4}.$$

6. [15 bod] Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \frac{x^2}{8x - 4}$.

IME I PREZIME: _____

GRUPA: _____

Ekonomski fakultet, Sveučilište u Osijeku

13. svibnja 2016.

2. kolokvij iz Matematike

Ak. god. 2015./2016.

skupina D

$$\sin 0 = 0, \cos 0 = 1$$

$$(c)' = 0, \quad c \in \mathbb{R}$$

$$(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}$$

$$(\log_a x)' = \log_a e \cdot 1/x, \quad x > 0$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}, \quad x > 0$$

$$(a^x)' = a^x \ln a, \quad a > 0, x \in \mathbb{R}$$

$$(e^x)' = e^x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(\sin x)' = \cos x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(\cos x)' = -\sin x, \quad x \in \mathbb{R}$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

BROJ BODOVA: _____

1. Odredite sljedeće limese nizova:

a) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n - 4}{3n + 2} \right)^{3n}$

b) [5 bod] $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 4^n - 2^{n-1}}{2 \cdot 4^n - 3^{n-1}}$

2. Odredite sljedeće limese funkcija (u a) obavezno skicirajte grafove):

a) [5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{3} \right)^{\frac{2}{x}}$

b) [5 bod] $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(10x)}{\sin(8x)}$

3. a) [10 bod] Kada je funkcija $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ neprekidna u točki $x_0 \in D$?

b) [5 bod] Odredite realan broj d tako da funkcija

$$f(x) = \begin{cases} d, & x = 8; \\ \frac{64-x^2}{8-x}, & x \neq 8 \end{cases}$$

bude neprekidna u točki $x_0 = 8$.

4. a) [10 bod] Definirajte derivaciju funkcije $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ u točki $x_0 \in (a, b)$.

b) [5+5+10 bod] Izračunajte derivacije sljedećih funkcija:

b1) $f(x) = (x^{\frac{2}{3}} - e^x + 8) \cdot \cos x$

b2) $f(x) = \frac{\ln(x^2 + 2x)}{x}$

b3) $f(x) = (3x)^{\sin x}$

5. a) **[5+5 bod]** Kada je pravac $y = \ell$ desna horizontalna asimptota funkcije f ? Kada je pravac $x = a$ vertikalna asimptota funkcije f ?

- b) **[10 bod]** Odredite vertikalne asimptote i desnu horizontalnu asimptotu funkcije

$$f(x) = \frac{4 - x}{x^2 - x - 6}.$$

6. **[15 bod]** Odredite intervale rasta i pada te lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \frac{x^2}{6 - 3x}$.