

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku  
1. veljače 2023.

## 2. kolokvij iz Linearne algebre 1

**Zadatak 1.** [15+15 bodova]

a) U ovisnosti o  $\lambda \in \mathbb{R}$ , ispitajte regularnost sljedeće kvadratne matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \lambda & 1 & -3 \\ 3 & -4 & -9 & -8 \\ -2 & 1 & 5 & 2\lambda \\ 1 & -1 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

b) Zapišite sustav linearnih jednadžbi  $Ax = b$  i riješite ga primjenom Gauss-Jordanove metode, pri čemu je  $\lambda = 1$ ,

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4)^T, \\ b = (-5, 1, 2, 1)^T.$$

**Zadatak 2.** [15 bodova] Riješite matricnu jednadžbu  $XA = 7(B+I)$ , pri čemu su matrice  $A$  i  $B$  dane s:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

**Zadatak 3.** [20 bodova] Izračunajte determinantu reda  $n$ :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 1 & 2 & 3 & \dots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{vmatrix}$$

**Zadatak 4.** [15 bodova] Primjenom Cramerove metode diskutirajte rješenje sustava u ovisnosti o parametru  $\lambda \in \mathbb{R}$ :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 10 \\ x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 = 0.$$

**Zadatak 5.** [10+10 bodova]

a) Ravnina  $M$  sadrži pravac koji prolazi točkama  $A = (-2, 2, 3)$  i  $B = (-1, 1, 5)$  i okomita je na ravninu  $M_1 \dots 3x - y + z - 6 = 0$ . Odredite opći i segmentni oblik jednadžbe ravnine  $M$ .

b) Odredite projekciju  $Q'$  točke  $Q = (1, 1, 1)$  na pravac određen točkama  $A$  i  $B$ .