



Zadatak 1.

Odredite baze i dimenzije potprostora W od \mathbb{R}^3 ako je

(a) $W = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 + x_2 + x_3 = 0\}$;

(b) $W = \{(x_1, x_2, x_3) : x_1 = x_2 = x_3\}$.





Zadatak 2.

Neka je W potprostor od \mathbb{R}^4 razapet vektorima $u_1 = (1, -2, 5, -3)$, $u_2 = (2, 3, 1, -4)$ i $u_3 = (3, 8, -3, -5)$.

- (a) Odredite bazu i dimenziju potprostora W .
- (b) Proširite bazu od W do baze za \mathbb{R}^4 .





Zadatak 3.

Dokažite da su skupovi antisimetričnih i simetričnih matrica iz \mathcal{M}_2 vektorski potprostori od \mathcal{M}_2 . Odredite baze i dimenzije tih potprostora.





Zadatak 4.

Neka je

$$W = \{(x_1, x_2, \dots, x_{10}) \in \mathbb{R}^{10} : \sum_{i=1}^{10} x_i = 0\}.$$

Dokažite da je W potprostor od \mathbb{R}^{10} , nađite mu bazu, dimenziju te odredite koordinate vektora $(1, -1, 2, -2, 3, -3, 4, -4, 5, -5)$ u toj bazi.





Zadatak 5.

Dokažite da je

$$W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0\}$$

potprostor od \mathbb{R}^4 . Nađite mu bazu i dimenziju.





Propozicija

Neka je V vektorski prostor i neka su L i M njegovi potprostori. Tada je $L \cap M$ potprostor od V .

Definicija

Neka je V vektorski prostor te neka su L i M njegovi potprostori. **Suma potprostora** L i M označava se $L + M$ i definira se kao

$$L + M = [L \cup M].$$

Propozicija

Neka je V vektorski prostor te neka su L i M njegovi potprostori. Tada je

$$L + M = \{x + y \mid x \in L, y \in M\}.$$

Teorem

Neka je V konačnodimenzionalan prostor te neka su L i M potprostori od V . Tada je

$$\dim(L + M) + \dim(L \cap M) = \dim L + \dim M.$$



**Zadatak 6.**

U \mathbb{R}^4 zadani su potprostor L s bazom

$$B_L = \{(1, 1, 1, 1), (1, 1, -1, -1), (1, -1, 1, -1)\}$$

i M s bazom

$$B_M = \{(1, -1, -1, 1), (2, -2, 0, 0), (3, -1, 1, 1)\}.$$

Odredite bazu potprostora $L \cap M$.





Zadatak 7.

U prostoru \mathbb{R}^3 zadani su potprostori L i M svojim bazama $B_L = \{(1, 1, 1), (1, 2, 1)\}$ i $B_M = \{(1, 0, 2), (1, -1, 2)\}$. Odredite bazu potprostora $L \cap M$.



**Zadatak 8.**

Neka su zadani sljedeći potprostori od \mathbb{R}^5

$$U = [\{(1, 3, -2, 2, 3), (1, 4, -3, 4, 2), (2, 3, -1, -2, 9)\}]$$

i

$$W = [\{(1, 3, 0, 2, 1), (1, 5, -6, 6, 3), (2, 5, 3, 2, 1)\}].$$

Odredite bazu i dimenziju za $U + W$ i $U \cap W$.





Zadatak 9.

Neka su zadani sljedeći potprostori od \mathbb{R}^5

$$U = [\{(1, -1, -1, -2, 0), (1, -2, -2, 0, -3), (1, -1, -2, -2, 1)\}]$$

i

$$W = [\{(1, -2, -3, 0, -2), (1, -1, -3, 2, -4), (1, -1, -2, 2, -5)\}].$$

Odredite bazu i dimenziju za $U + W$ i $U \cap W$.





Zadatak 10.

Nađite bazu za sumu i presjek potprostora od \mathcal{P}_3 razapetih s

$$\{1 + 2t + t^3, 1 + t + t^2, t - t^2 + t^3\}$$

i

$$\{1 + t^2, 1 + 3t + t^3, 3t - t^2 + t^3\}.$$

