ODJEL ZA MATEMATIKU
SVEUČILIŠTE J. J. STROSSMAYERA U OSIJEKU

23. lipnja 2016.

PISMENI ISPIT IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE I

1. Neka su $A, B \subseteq \mathcal{U}$ skupovi. Pojednostavite izraz $A \backslash [B \backslash (A^C \cup B)] \times [(A \backslash B) \cup (A \cap B)]$.

2. Na skupu cijelih brojeva definirane su relacije ρ_1 i ρ_2 na sljedeći način:

$$m \rho_1 n \iff m \text{ i } n \text{ imaju isti broj znamenaka,}$$
$$m \rho_2 n \iff m \text{ i } n \text{ nemaju isti broj znamenaka.}$$

   Ispitajte svojstva ovih relacija, a ako je neka od njih relacija ekvivalencije odredite klasu elementa 1.

3. Dokažite da za sve $n \in \mathbb{N}$ vrijedi

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \cdots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{2n} = \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n}.$$

4. Odredite parametre a, b, c tako da polinom $p(x) = a(x^{99} + x^4 - 1)^{11} - x^2 - bx + c$ daje ostatak $x^2 - 4x + 1$ pri dijeljenju s polinomom $x^3 + x$, a zatim nađite ostatak tako određenog polinoma $p(x)$ pri dijeljenju polinomom $x^2 - x$. Koliki je stupanj i zbroj svih koeficijenta polinoma $p(x)$?

5. Odredite rješenja jednadžbe $2x^4 + 5x^3 + 3x^2 + x - 2 = 0$. Ako je x_0 jedno od kompleksnih rješenja prethodne jednadžbe, riješite jednadžbu $x^4 - x_0\bar{x}_0 = i$.

Napomena. Sve svoje tvrdnje obrazložite.