

PISMENI IZ ELEMENTARNE MATEMATIKE 1

Zadatak 1. [20 bodova] Negirajte sud

$$(A \wedge C) \vee (A \downarrow B) \Rightarrow (A \vee B) \wedge (C \uparrow B)$$

te ga tako negiranog zapišite samo koristeći negaciju i konjunkciju. Odredite tablicu istinitosti početnog suda.

Zadatak 2. [20 bodova] Dokažite da za svaki prirodan broj n vrijedi

$$\sqrt{n + \sqrt{(n-1) + \sqrt{(n-2) + \dots + \sqrt{2 + \sqrt{1}}}}} < \sqrt{n} + 1.$$

Zadatak 3. [20 bodova] Surjeksija $g : \{-2, 0, 2\} \rightarrow \{u, v\}$ zadana s $g^{-1}(\{u\}) = \{-2, 2\}$. Odredite dvije injeksije $f_1, f_2 : \{u, v\} \rightarrow \{-2, 0, 2\}$ takve da je za $i = 1, 2$, $g \circ f_i$ surjeksija različita od identitete.

Zadatak 4. [20 bodova] Za parametar $t \in \langle -2\pi, 2\pi \rangle$ definirajmo relaciju ρ_t na skupu \mathbb{C} na sljedeći način:

$$z_1 \rho_t z_2 \iff \arg z_1 - \arg z_2 = t, \quad \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}.$$

Odredite parametre t za koje je ρ_t relacija ekvivalencije. Za takve relacije nađite i skicirajte klase elemenata $z_{1,2} = \sqrt{(\sqrt{3} - i)^3}$.

Zadatak 5. [20 bodova]

a) Odredite nultočke polinoma $p(x) = 2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$.

b) Označimo da x_0 i x_1 one nultočke polinoma $p(x)$ koje imaju svojstva redom $\text{Im}(x_0) < 0$, $x_1 = \max\{x \in \mathbb{R} : p(x) = 0\}$. Ako je $u \in \mathbb{C}$ zadan s $\arg u = \arg x_0$, $|u| = |z_1|$. nađite sva rješenja jednadžbe

$$2x^4 - u^3 = 0.$$

Ime i prezime	1	2	3	4	5	Ukupno