

PRVI KOLOKVIJ IZ VJEROJATNOSTIZadatak 1. [5 bodova + 5 bodova]

- Definirajte slučajnu varijablu i njom induciran vjerojatnosni prostor. Odredite vjerojatnosni prostor induciran standardnom normalnom slučajnom varijablom.
- Definirajte uvjetno očekivanje slučajne varijable  $X$  uz danu slučajnu varijablu  $Y$ . Iskažite i interpretirajte teorem o dvostrukom očekivanju.

Zadatak 2. [3 boda + 3 boda + 4 boda]

Iz špila od 52 karte na slučajan način jednu za drugom izvlačimo dvije karte, **s vraćanjem u špil prethodno izvučene karte**. Broj izvučenih hercova modeliran je slučajnom varijablom  $X$ , a broj izvučenih crnih karata slučajnom varijablom  $Y$ . Odredite:

- gustoću slučajnog vektora  $\mathbb{X} = (X, Y)$ ,
- distribuciju i funkciju distribucije slučajne varijable  $X$ ,
- očekivani broj izvučenih crnih karata ako znamo da je izvučeno  $k$  hercova.

Zadatak 3. [3 boda + 3 boda + 4 boda]

Neka je  $\mathbb{X} = (X, Y)$  neprekidan slučajni vektor s funkcijom gustoće

$$f_{\mathbb{X}}(x, y) = \begin{cases} 4(x - xy) & , (x, y) \in \langle 0, 1 \rangle \times \langle 0, 1 \rangle \\ 0 & , \text{inače} \end{cases} .$$

- Jesu li  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne varijable? Obrazložite svoj odgovor.
- Odredite funkciju distribucije, očekivanje i varijancu slučajne varijable  $X$  uz uvjet  $\{Y = y\}$  za  $y \in \langle 0, 1 \rangle$ .
- Odredite  $P(X < Y)$ .

Zadatak 4. [10 bodova]

Neka su  $X \sim \mathcal{U}(-1, 1)$  i  $Y \sim \mathcal{U}(0, 1)$  nezavisne uniformne slučajne varijable. Odredite vjerojatnost da kvadratna jednadžba

$$Xt^2 + 2t + Y = 0$$

ima realne korijene.

Zadatak 5. [10 bodova]

Pretpostavimo da strijelac gađa metu jednostavnog karaktera (mogući ishodi su samo pogodak i promašaj). Broj odapetih strijela modeliramo binomnom slučajnom varijablom  $N$  s parametrima 6 i 0.8 ( $N \sim \mathcal{B}(6, 0.8)$ ), a broj pogodaka mete diskretnom slučajnom varijablom  $X$ . Neka, uz dani broj  $n$  odapetih strijela, broj pogodaka mete ima binomnu distribuciju  $\mathcal{B}(n, 0.3)$ . Odredite kovarijancu slučajnih varijabli  $N$  i  $X$ . Možete li nešto zaključiti o njihovoj zavisnosti? Obrazložite svoj odgovor.