

1. kolokvij iz Primjene dinamičkih sustava

Zadatak 1 [20 bodova] *Definirajte eksponencijalnu funkciju linearnog operatora T pomoću sume reda, te opravdajte definiciju, odnosno dokažite konvergenciju reda.*

Zadatak 2 [20 bodova] *Neka su $u(t)$ i $v(t)$ rješenja linearnog sustava ODJ:*

$$\dot{x}(t) = Ax(t),$$

dokažite da je tada i $w(t) = \alpha u(t) + \beta v(t)$ rješenje, gdje su $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Zadatak 3 [20 bodova] *Neka je dana kvadratna matrica A . Izvedite (dokažite) izraz za derivaciju*

$$\frac{d}{dt}(e^{At}).$$

Zadatak 4 [30 bodova] *Odredite rješenje te nacrtajte fazni portret linearnog sustava:*

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_1, \\ \dot{x}_2 &= -x_1 + 2x_2,\end{aligned}$$

$$x(0) = [a, b]^T \in \mathbb{R}^2.$$

Zadatak 5 [20 bodova] *Odredite rješenje $\dot{x}(t) = Ax(t)$, $x(0) = x_0$, za*

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$