

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
29. siječnja, 2015.

2. kolokvij iz Primjene dinamičkih sustava
Ak. god. 2014./2015.

Zadatak 1 (30) *Neka je dan Lotka-Volterra model*

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \alpha_1 x(t) - \beta_1 x(t)^2 - \gamma_1 x(t)y(t), \\ \dot{y}(t) &= -\alpha_2 y(t) - \beta_2 y(t)^2 + \gamma_2 x(t)y(t),\end{aligned}$$

gdje su $\alpha_1 = \alpha_2 = \gamma_1 = \gamma_2 = 1$ i $\beta_2 = 0$ te neka je $\beta_1 > 0$, slobodni parametar.

- Odredite stracionarne točke za $\beta_1 \in (0, 1)$ i $\beta_1 > 1$.
- Pokažite da će populacija predatora $y(t)$ nestati ako je $\beta_1 > 1$. Što će se u tom slučaju dogoditi sa populacijom plijena $x(t)$?

Zadatak 2 (20) *Napišite sustav običnih diferencijalnih jednadžbi koji opisuje model “predator - pray” sa ograničenjem rasta plijena.*

Zadatak 3 (30) *Neka je sa*

$$ml \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + mg\vartheta = 0,$$

dana diferencijalna jednadžba koja opisuje slobodne male oscilacije matematičkog njihala bez prigušenja.

Napišite odgovarajući Matlab program koji određuje pomake masa m_1 i m_2 u sustavu spojenih oscilatora sa dvije mase m_1 i m_2 obješene na niti duljine l i spoje s oprugom krutosti k koje se gibaju bez prigušenja.

Zadatak 4 (30) *Neka je zadan linearni sustav običnih diferencijalnih jednadžbi*

$$\dot{u}(t) = \begin{bmatrix} -1 & 2e^{3t} \\ 0 & -2 \end{bmatrix} u(t),$$

gdje je $u(t) = [u_1(t)u_2(t)]$. Napišite barem dvije Matlab rutine koje određuju rješenje $u(t)$.