

## PISMENI ISPIT IZ KOMBINATORNE I DISKRETNE MATEMATIKE

ZADATAK 1. Koliko ima različitih najkraćih puteva u  $xOy$ -cjelobrojnoj ravnini koji počinju u točki  $A = (0, 1)$ , a završavaju u točki  $B = (7, 7)$ ? Koliko je takvih puteva ako put mora sadržavati točku  $T = (6, 3)$ ? Dozvoljeni pomaci su desno ili gore za po jednu jediničnu dužinu.

ZADATAK 2. Na koliko načina možemo rasporediti 8 jednakih loptica u 3 kutije ako

- (a) u svakoj kutiji mora biti barem jedna loptica
- (b) točno jedna kutija sadrži neparan broj loptica
- (c) u svakoj kutiji mora biti barem jedna loptica pri čemu u točno jednoj mora biti paran broj loptica?

ZADATAK 3. Dokažite jednakost

$$\sum_{k=1}^{n-1} (n-k)^2 \binom{n-1}{k-1} = (n-1)n2^{n-3}.$$

ZADATAK 4. Izračunajte broj svih peteroznamenkastih brojeva koji sadrže barem jednu peticu ili barem jednu sedmicu.

ZADATAK 5. Nađite opće rješenje rekurzije

$$a_{n+1} - 5a_n = 4n^2 + 2n + 5, \quad a_0 = 1$$

te nađite običnu funkciju izvodnicu za njen homogeni dio.