

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.  
29. lipnja 2021.

### Pismeni ispit iz Kombinatorne i diskretne matematike

**UPUTE:** Ispit studenti pišu od 09:00h do 11:00h. Svaki zadatak student treba riješiti na zasebnoj stranici tako da najprije napiše tekst zadatka, a ispod teksta stavi podnaslov: Rješenje ispod kojeg će pisati postupak rješenja. Ako neki zadatak student nije riješio, treba prepisati tekst tog zadatka i ispod teksta napisati da taj zadatak nije riješio. Rješenja zadataka trebaju biti čitko napisana i detaljno obrazložena. Zadatke s rješenjima student treba posložiti u pdf dokument onim redoslijedom kakav je u ispitu. Paziti da su stranice pdf-a pravilno rotirane. Pdf dokument treba imati naziv imena i prezimena studenta bez kvačica. Studenti pdf dokumente trebaju poslati na smajstor@mathos.hr do 11:20 h. Naknadno poslani dokumenti neće biti uzeti u obzir. Prepisivanje je strogo zabranjeno. Ukoliko studenti budu prepisivali, poništiti će im se ispit. Nejasnoće oko teksta zadataka studenti mogu poslati u terminu 09:00-09:30h na smajstor@mathos.hr ili mogu poslati poruku u MSTeams. Izvan tog termina nije dozvoljeno slati upite.

#### Zadatak 1. (20 bodova)

Dokažite da među 35 proizvoljno odabranih dvoznamenkastih brojeva postoje najmanje tri broja s jednakim sumama znamenaka.

#### Zadatak 2.

a)(10) Koliko je troznamenkastih brojeva s međusobno različitim znamenkama čija je suma manja ili jednaka 15?

b)(10) Koliko je 6-znamenkastih brojeva koji sadrže isključivo parne znamenke?

#### Zadatak 3. (20 bodova)

Pridružite funkciju izvodnicu nizu čiji opći član  $a_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$  predstavlja broj uređenih  $n$ -torki sastavljenih od znamenaka 1, 2, 3 i 4 u kojima se pojavljuje neparan broj jedinica, paran broj dvojki i barem jedna četvorka.

#### Zadatak 4. (20 bodova)

Riješite rekurziju:

$$a_{n+3} + a_{n+2} - a_{n+1} - a_n = 3^n, \quad a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 1$$

#### Zadatak 5.

a) (10) Za kakve particije će potpun 4-partitan graf imati najveći mogući broj bridova? Nacrtajte primjer jednog takvog optimalnog grafa. Uzmite  $n = 6$ .

b) (10) Nacrtajte graf  $G$  čija je matrica susjedstva

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Grafu  $G$  odredite broj vrhova, broj bridova, niz stupnjeva, struk i dijametar.

Je li graf bipartitan? Možete li mu odrediti komplement? Ako možete, nacrtajte komplement.

Je li graf Eulerov? Sve odgovore detaljno obrazložite!