

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.
05. srpnja 2018.

Pismeni ispit iz Primjena diferencijalnog i integralnog računa II

Zadatak 1. [15 bodova]

Minimizirajte trošak izrade uredske ladice koji je opisan funkcijom

$$f(x, y) = xy + x + 2y,$$

pri čemu je x duljina, a y širina ladice izražena u decimetrima. Visina ladice je jednaka 1 dm , a volumen je fiksni i iznosi 12 dm .

Zadatak 2. [20 bodova]

Odredite količinu naboja tijela omeđenog s plohom $x^2 + y^2 - z^2 = 1$, $-1 \leq z \leq 1$. Gustoća naboja tijela jednaka je četvrtoj potenciji udaljenosti do osi OZ .

Zadatak 3. [15 bodova]

Skijaš Tvrтко se nalazi u točki $(1, 1, 8)$, a skijaš Mirko u točki $(2, 0, 6)$ planine čija se površina može aproksimirati grafom funkcije $f(x, y) = 10 - x^2 - y^4$. Mirko je odlučio skijati prema točki $(3, 0, 1)$, a Tvrтко prema $(2, 1, 5)$. Koji skijaš pred sobom ima manje strmiju stazu?

Zadatak 4. [15 bodova]

Prikažite polje $\vec{a}(x, y, z) = xz^2\vec{i} + zy\vec{j} + (\sin x)\vec{k}$ kao zbroj potencijalnog i solenoidalnog polja.

Zadatak 5. [10 bodova]

Navedite i objasnite zakone ponašanja kod problema poprečnih oscilacija žice.

Zadatak 6. [15 bodova]

Posuda sadrži 10 kg soli otopljene u 100 L vode. Čista voda utječe u spremnik brzinom od 10 litara po minuti, miješa se s postojećom otopinom i odmah izljuje istom brzinom. Odredite količinu soli koja se nalazi u posudi nakon 30 minuta.

Zadatak 7. [10 bodova]

Izvedite rješenje jednadžbe neprigušenih slobodnih oscilacija jednodimenzionalnog harmonijskog oscilatora i obrazložite ovisnost tog rješenja o vremenu kada ono teži u beskonačno.