

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.
11. srpnja 2018.

Pismeni ispit iz Kombinatorne i diskretne matematike

Zadatak 1. (20 bodova)

Četrdeset ljudi treba prijeći granični prijelaz, jedan po jedan. Na koliko je načina to moguće napraviti:

- ako je svejedno kojim će redoslijedom prelaziti granicu,
- ako je u grupi desetero djece među kojima nema braće, a svako dijete mora biti uz svoju majku (neposredno ispred ili neposredno iza),
- ako svako od desetero djece mora biti ispred svoje majke (ne nužno neposredno ispred)?

Zadatak 2. (25 bodova)

- Koliko je dijagonalnih matrica reda n s elementima iz skupa nenegativnih cijelih brojeva čiji je trag jednak $3n$?
- Koliko je dijagonalnih matrica reda n s elementima iz skupa prirodnih brojeva čiji je trag jednak $4n$?
- Koliko je kvadratnih matrica reda n s elementima iz skupa $\{0, 1\}$ koje u prvom retku ne sadrže nule, a u posljednjem retku ne sadrže jedinice?

Zadatak 3. (20 bodova)

Odredite broj uredenih n -torki sastavljenih od znamenki 1, 2, 3 i 4 u kojima se pojavljuje neparan broj jedinica, paran broj dvojki i barem jedna četvorka.

Zadatak 4. (20 bodova)

Riješite rekurziju:

$$a_{n+1} - n \cdot a_n = n!, \quad a_0 = 2.$$

Zadatak 5. (15 bodova)

Koliko je jednostavnih grafova s n vrhova koji sadrže najmanje tri brida?