

**Pismeni ispit iz Kombinatorne i diskretne matematike**

**Zadatak 1.** (20 bodova)

Na koliko načina možemo rasporediti  $n$  jednakih kuglica u  $m$  različitih kutija tako da točno dvije kutije ostanu prazne?

**Zadatak 2.** (20 bodova)

Izračunajte sumu

$$\sum_{i=0}^n i \binom{2n}{i}.$$

**Zadatak 3.** (20 bodova)

Koliko ima prirodnih brojeva manjih ili jednakih  $10^5$  koji nisu djeljivi ni s 3 ni s 10 niti s 12? (Dovoljno je postaviti formulu.)

**Zadatak 4.** (20 bodova)

Nađite funkciju izvodnicu za broj  $n$ -kombinacija multiskupa  $M = \{a^5, b^8, c^{14}\}$  te odredite broj svih 10-kombinacija od  $M$ .

**Zadatak 5.** (20 bodova)

Zadan je skup  $S = \{6, 8, 12, 15, 20, 21, 28\}$ . Neka je  $G$  graf čiji je skup vrhova  $S$ , a dva su vrha spojena bridom ako i samo ako odgovarajući elementi iz  $S$  imaju barem jednog netrivijalnog zajedničkog djelitelja.

a) Nacrtajte  $G$ . Je li  $G$  jednostavan graf?

b) Odredite broj vrhova, broj bridova i niz stupnjeva grafa  $G$ .

c) Odredite dijametar i struk od  $G$ .

d) Je li  $G$  Hamiltonov?

Sve tvrdnje detaljno obrazložite!