

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
16. veljače 2017.

Pismeni ispit iz Kombinatorne i diskretne matematike
Ak. god. 2016./2017.

Zadatak 1 [20b] *Dokažite da ako proizvoljno smjestimo 10 točaka na kružnicu promjera 5, postoje barem dvije točke koje su međusobno udaljene za manje od 2.*

Zadatak 2 [20b] *Zadani su skupovi $S = \{1, 2, 3, \dots, n\}$, $n \geq 4$ i $T = \{A, B, C, D\}$.*

- a) Odredite broj funkcija koje elemente iz S preslikavaju u elemente iz T .*
- b) Odredite koliko je injekcija sa S u T .*
- c) Odredite koliko je surjekcija sa S u T .*
- d) Odredite broj bijekcija sa S u T .*
- e) Koliko je bijekcija sa S u T koje nemaju fiksnih točaka ?*

Zadatak 3 [20b] *Neka je $n \geq 2$ prirodan broj. Odredite broj članova sume u funkciji*

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n, z_1, z_2, \dots, z_n) = \sum_{n|i+j+k} x_i y_j z_k.$$

Zadatak 4 [20b] *Nadite i riješite rekurziju za broj načina na koje možemo parkirati automobile marke Ford, Cadillac i Hummer u red od n parkirnih mjesta. Za Ford i Cadillac je dovoljno po jedno parkirno mjesto, dok su za parkiranje Hummera potrebna dva parkirna mjesta.*

Zadatak 5 [20b] *Dokažite da je niz $s = (1, 1, 2, 2, 3, 3, \dots, k, k)$ grafički za svaki prirodan broj k !*