

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.
24. rujna 2021.

Pismeni ispit iz Kombinatorne i diskretne matematike

UPUTE: Ispit studenti pišu od 08:00h do 10:00h. Svaki zadatak student treba riješiti na zasebnoj stranici tako da najprije napiše tekst zadatka, a ispod teksta stavi podnaslov: Rješenje ispod kojeg će pisati postupak rješenja. Ako neki zadatak student nije riješio, treba prepisati tekst tog zadatka i ispod teksta napisati da taj zadatak nije riješio. Rješenja zadataka trebaju biti čitko napisana i detaljno obrazložena. Zadatke s rješenjima student treba posložiti u pdf dokument onim redoslijedom kakav je u ispitu. Paziti da su stranice pdf-a pravilno rotirane. Pdf dokument treba imati naziv imena i prezimena studenta bez kvačica. Studenti pdf dokumente trebaju poslati na smajstor@mathos.hr do 11:20 h. Naknadno poslani dokumenti neće biti uzeti u obzir. Prepisivanje je strogo zabranjeno. Ukoliko studenti budu prepisivali, poništiti će im se ispit. Nejasnoće oko teksta zadataka studenti mogu poslati u terminu 08:00-08:30h na smajstor@mathos.hr. Izvan tog termina nije dozvoljeno slati upite.

Zadatak 1. (20 bodova)

Na koliko načina možemo rasporediti n jednakih kuglica u m različitih kutija tako da točno tri kutije ostanu prazne?

Zadatak 2. (20 bodova)

Imamo n predmeta u jednoj, m predmeta u drugoj i r predmeta u trećoj kutiji. Iz prve kutije uzmemo $s \leq n$ predmeta, iz druge $t \leq m$, a iz treće $q \leq r$ predmeta. Izvađene predmete nanižemo jedan do drugoga. Na koliko načina to možemo učiniti ako:

- Svih s predmeta trebaju biti jedan do drugoga,
- Svih t predmeta trebaju biti jedan do drugoga i svih q predmeta trebaju biti jedan do drugoga,
- Sve odabrane predmete raspoređujemo ciklički?

Zadatak 3. (20 bodova)

Nađite funkciju izvodnicu za broj n -kombinacija multiskupa $M = \{a^4, b^6, c^{11}\}$ te odredite broj svih 10-kombinacija od M .

Zadatak 4. (20 bodova)

Riješite rekurziju

$$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 4a_n = 3^n - 2^n, \quad a_0 = 1, a_1 = 3.$$

Zadatak 5. (20 bodova)

- a) Nacrtajte graf G čija je matrica susjedstva

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Grafu G odredite niz stupnjeva, dijametar i struk.

b) Dokažite da G nije bipartitan, a zatim uklonite najmanji broj bridova tako da novi graf bude bipartitan te ga nacrtajte.

c) Dokažite da grafu G ne možemo odrediti komplement, a zatim uklonite najmanji broj bridova tako da dobijete novi graf H kojemu možete odrediti komplement. Nacrtajte graf H i njegov komplement.