

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.
5. lipnja 2018.

Druga kontrolna zadaća iz Kombinatorne i diskretne matematike

Zadatak 1. (20 bodova)

Izračunajte broj svih 7-znamenastih brojeva koji sadrže barem jednu jedinicu i barem jednu dvojku!

Zadatak 2. (20 bodova)

Nizu $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ zadanom rekurzijom

$$a_{n+3} - a_{n+2} - 5a_{n+1} - 3a_n = 0, \quad a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = -3$$

pridružite funkciju izvodnicu, a zatim riješite rekurziju sa ili bez primjene funkcije izvodnice.

Zadatak 3. (20 bodova)

Neka je $n \in \mathbb{N}$. Nađite odgovarajuću funkciju izvodnicu za broj kodova u obliku n -članog niza sastavljenog od znamenaka skupa $S = \{1, \dots, 6\}$, a u kojem se svaka od neparnih znamenaka iz S pojavljuje barem jednom.

Koliko je takvih kodova duljine 15 ?

Zadatak 4. (20 bodova)

Rekurziju

$$a_{n+2}^2 - 2a_{n+1}^2 + a_n^2 = 1, \quad a_1 = a_2 = 1$$

pogodnom supstitucijom svedite na linearnu, a zatim ju riješite!

Zadatak 5. (20 bodova)

a) Nacrtajte graf G čija je matrica susjedstva

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Grafu G odredite niz stupnjeva i dijametar. Je li graf bipartitan? Planaran? Možete li mu odrediti komplement? Sve odgovore detaljno obrazložite!

b) Dokažite da k -regularan graf struka 5 ima barem $k^2 + 1$ vrhova!

Zadatak 6. DODATNI ZADATAK (20 bodova)

Dokažite da za $n \in \mathbb{N}$ i $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ vrijedi

$$A^n = \begin{bmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{bmatrix},$$

gdje je F_n n -ti član Fibonaccijevog niza.