

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.
5. lipnja 2018.

Druga kontrolna zadaća iz Kombinatorne i diskretne matematike

Zadatak 1. (20 bodova)

Izračunajte broj svih 8-znamenkastih brojeva koji sadrže barem jednu jedinicu ili barem jednu dvojku!

Zadatak 2. (20 bodova)

Nizu $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ zadanom rekurzijom

$$a_{n+3} + a_{n+2} - a_{n+1} - a_n = 0, \quad a_0 = 0, a_1 = 1, a_2 = 2$$

pridružite funkciju izvodnicu, a zatim riješite rekurziju sa ili bez primjene funkcije izvodnice.

Zadatak 3. (20 bodova)

Neka je $n \in \mathbb{N}$. Nađite odgovarajuću funkciju izvodnicu za broj kombinacija brojeva koji se dobiju istovremenim bacanjem n različitih igračih kocki.

Na koliko različitih načina možemo istovremenim bacanjem 4 različite igraće kocke dobiti sumu 21 ?

Zadatak 4. (20 bodova)

Rekurziju

$$(n+1)a_{n+1} - 2na_n = n \cdot 2^n, \quad a_1 = 2$$

pogodnom supstitucijom svedite na linearnu, a zatim ju riješite!

Zadatak 5. (20 bodova)

a) Nacrtajte graf G čija je matrica susjedstva

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Grafu G odredite niz stupnjeva i dijametar. Je li graf bipartitan? Planaran? Možete li mu odrediti komplement? Sve odgovore detaljno obrazložite!

b) Dokažite da za samokomplementaran graf s n vrhova vrijedi $n \equiv 0$ ili $1 \pmod{4}$.

Zadatak 6. DODATNI ZADATAK (20 bodova)

Dokažite da za $n \in \mathbb{N}$ i $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ vrijedi

$$A^n = \begin{bmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{bmatrix},$$

gdje je F_n n -ti član Fibonaccijevog niza.