

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.  
04. veljače 2019.

### Pismeni ispit iz Kombinatorne i diskretne matematike

**Zadatak 1.** (20 bodova)

Unutar kvadrata sa stranicom duljine 4 zadane su 33 točke od kojih nikoje tri nisu kolinearne. Dokažite da možemo odabrati tri zadane točke tako da opseg trokuta kojeg određuju ne bude veći od  $2 + \sqrt{2}$ .

**Zadatak 2.** (20 bodova)

Zadan je  $n$ -člani skup  $S$  i prirodan broj  $k$ .

- a) Koliko ima uređenih  $k$ -torki  $(S_1, \dots, S_k)$  podskupova od  $S$  sa svojstvom  $S_i \cap S_j = \emptyset$  za  $1 \leq i < j \leq k$ ?  
b) Koliko ima uređenih  $k$ -torki  $(S_1, \dots, S_k)$  podskupova od  $S$  sa svojstvom  $S_1 \cap \dots \cap S_k = \emptyset$ ?

**Zadatak 3.** (20 bodova)

Riješite rekurziju

$$a_n = 6a_{n-1} - 11a_{n-2} + 6a_{n-3}, \quad a_0 = 2, \quad a_1 = 5, \quad a_2 = 15.$$

**Zadatak 4.** (20 bodova)

Nađite funkciju izvodnicu za broj  $n$ -permutacija multiskupa  $M = \{a^4, b^7, c^{11}\}$  te odredite broj svih 20-permutacija od  $M$ .

**Zadatak 5.** (20 bodova)

- a) Nacrtajte graf  $G$  čija je matrica susjedstva

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Grafu  $G$  odredite niz stupnjeva i dijametar. Je li graf bipartitan? Planaran? Možete li mu odrediti komplement? Sve odgovore detaljno obrazložite!

- b) Ispitajte je li niz  $s = (10, 5, 5, 5, 3, 3, 3, 2, 2, 2, 2)$  grafički!