

PISMENI ISPIT IZ KOMBINATORNE I DISKRETNE MATEMATIKE

ZADATAK 1. Tijekom 44 dana, Ana vozi bicikl najmanje jednom dnevno, a sve zajedno 70 puta. Dokažite da postoji nekoliko uzastopnih dana u kojima je Ana vozila bicikl ukupno 17 puta.

ZADATAK 2. Koliko ima parnih brojeva u intervalu $[100, 502)$ takvih da prva znamenka nije 2, druga nije 3 i 7, a treća nije 4?

ZADATAK 3. Na koliko načina možemo podijeliti 10 olovaka, 6 gumica i 18 listova papira petorici studenata tako da

- 1.) svaki student dobije barem jednu olovku, jednu gumicu i jedan list papira
- 2.) svaki student dobije barem jedan list papira
- 3.) svaki student dobije barem jednu olovku i jednu gumicu?

ZADATAK 4. Dokažite

$$\sum_{k=1}^{n-1} (n-k)^2 \binom{n-1}{k-1} = (n-1)n2^{n-3}.$$

ZADATAK 5. Riješite rekurziju te nađite pripadnu funkciju izvodnicu za niz $a_n = \frac{1}{4}a_{n+1} + a_{n-1}$, $a_0 = -\frac{1}{4}$, $a_1 = 1$.