

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku  
05. srpnja 2016.

**Pismeni ispit iz Kombinatorne i diskretne matematike**  
Ak. god. 2015./2016.

**Zadatak 1** [20b]

a) Odredite sumu svih četveroznamenastih brojeva sastavljenih od znamenki 1, 2, 3 i 4. Dozvoljeno je ponavljanje znamenaka u broju.

b) Odredite sumu svih četveroznamenastih brojeva sastavljenih od znamenki 1, 2, 3, 4 i 5. Nije dozvoljeno ponavljanje znamenaka u broju.

**Zadatak 2** [20b] Koliko je prirodnih brojeva manjih od  $10^9$  u čijem se zapisu pojavljuje niz znamenaka 123 (na uzastopnim mjestima) ?

**Zadatak 3** [20b] Dokažite identitet

$$\sum_{i=0}^{n-1} \binom{4n}{4i+1} = 2^{4n-2}.$$

**Zadatak 4** [20b] Riješite rekurziju

$$a_{n+3} - a_{n+2} - a_{n+1} + a_n = 24n$$

uz početne uvjete  $a_0 = 0$  i  $a_1 = a_2 = 2$ .

**Zadatak 5** [20b] Ako je u jednostavnom grafu s  $n$  vrhova suma stupnjeva vrhova - krajeva nekog brida jednaka  $n + k$ , tada se taj brid nalazi u najmanje  $k$  3-ciklusa, odn. trokuta. Dokažite!