

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
30. siječnja 2017.

2. kontrolna zadaća iz Kombinatorne i diskretne matematike
Ak. god. 2016./2017.

Zadatak 1 [20b] *Koliko je kvadratnih matrica reda 5 sa elementima iz skupa $S = \{0, 1, 2, 3\}$ koje u svakom stupcu imaju barem tri nule ?*

Zadatak 2 [20b] *Nadite opće rješenje rekurzije*

$$a_{n+2} \cdot a_{n+1}^2 = \frac{3^{n+1}}{a_n}$$

uz početne uvjete $a_1 = 1$ i $a_2 = 3$.

Zadatak 3 [20b] *Na koliko načina 12 matematičara može otići na međunarodnu konferenciju ako imaju na raspolaganju 4 automobila marke P, R, W i H, a obzirom na količinu prtljage, u automobil marke P može sjesti najviše 3 putnika, u automobil marke R najviše 5, u W najviše 4, a u H najviše 6 putnika (uključujući i vozača)? Svaki automobil je u vlasništvu jednog od znanstvenika, a svaki od njih namjerava voziti jedino svoj automobil!*

Zadatak 4 [20b]

a) *Odredite odgovarajuću funkciju izvodnicu za broj načina na koje možemo obojiti kvadrate $1 \times n$ ploče sa crvenom, plavom i zelenom bojom pri čemu je broj crvenih kvadrata paran, a barem jedan kvadrat obojen je plavom bojom.*

b) *Primjenom funkcije izvodnice riješite rekurziju*

$$a_{n+2} = -2a_{n+1} - a_n$$

uz početne uvjete $a_0 = 0$ i $a_1 = 2$.

Zadatak 5 [20b]

a) *Dokažite da postoji jednostavan graf s nizom stupnjeva $(4, 4, 2, 2, 2, 2)$. Je li graf bipartitan? Obrazložite odgovor!*

b) *Nacrtajte graf G zadan matricom susjedstva*

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Odredite mu broj vrhova, broj bridova, niz stupnjeva, struk i dijametar. Je li graf G planaran? Objasnite!
NAPOMENA: Za graf kažemo da je planaran ako se može nacrtati u ravnini tako da mu se bridovi sijeku samo u vrhovima.

Zadatak 6 [20b] **DODATNI ZADATAK:** *U nedavnoj ekspediciji astronauti su došli do otkrića da se DNA organske tvari na Marsu sastoji od 5 nukleotida označenih sa simbolima a, b, c, d, e. U nizu Marsovske DNA nikad se ne pojavljuju uređeni parovi cd, ce, ed i ee, dok su svi ostali nizovi mogući. Primjerice, bcbda ne postoji, dok je bbdca moguće pronaći u nekim organskim tvarima na Marsu. Odredite broj mogućih Marsovskih DNA nizova duljine n.*

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
30. siječnja 2017.

2. kontrolna zadaća iz Kombinatorne i diskretne matematike
Ak. god. 2016./2017.

Zadatak 1 *Koliko je pravokutnih matrica tipa 6×5 sa elementima iz skupa $S = \{0, 1, 2, 3\}$ koje u svakom retku imaju barem dvije uzastopne jedinice ?*

Zadatak 2 [20b] *Nađite opće rješenje rekurzije*

$$\frac{b_{n+2}}{b_{n+1}^2} = b_n^3 \cdot 2^n$$

uz početne uvjete $b_1 = 2$ i $b_2 = 4$.

Zadatak 3 [20b] *Jedanaest studenata Odjela za matematiku planira odlazak u Bugarsku na međunarodno natjecanje iz matematike. U tu svrhu će im biti omogućen smještaj u studentskom domu. Zbog velikog broja natjecatelja, na raspolaganju će imati samo 4 sobe. Na koliko načina studenti mogu biti smješteni u sobe ako u jednoj sobi može biti smješten najmanje jedan, ali ne više od 4 studenta, u drugoj može boraviti najviše 5 studenata, u trećoj najmanje 2, ali ne više od 5, a u četvrtoj može biti smješteno najviše 8 studenata?*

Zadatak 4 [20b]

a) *Odredite odgovarajuću funkciju izvodnicu koja broji sve n -znamenkaste brojeve sa znamenkama oktalnog brojevnog sustava, ali bez nule. Pritom vrijede pravila da se u takvim brojevima znamenke 1, 6 i 2 pojavljuju najviše jednom, a znamenke 3 i 4 paran broj puta.*

b) *Primjenom funkcije izvodnice riješite rekurziju*

$$a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}$$

uz početne uvjete $a_0 = 0$ i $a_1 = 1$.

Zadatak 5 [20b]

a) *Dokažite da postoji jednostavan graf s nizom stupjeva $(4, 4, 3, 3, 3, 3)$. Je li graf bipartitan? Obrazložite odgovor!*

b) *Nacrtajte graf G zadan matricom susjedstva*

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 3 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Odredite mu broj vrhova, broj bridova, niz stupnjeva, struk i dijametar. Je li graf G planaran? Objasnite!
NAPOMENA: *Za graf kažemo da je planaran ako se može nacrtati u ravnini tako da mu se bridovi sijeku samo u vrhovima.*

Zadatak 6 [20b] **DODATNI ZADATAK:** *U nedavnoj ekspediciji astronauti su došli do otkrića da se DNA organske tvari na Marsu sastoji od 5 nukleotida označenih sa simbolima a,b,c,d,e. U nizu Marsovske DNA nikad se ne pojavljuju uređeni parovi cd, ce, ed i ee, dok su svi ostali nizovi mogući. Primjerice, bbdca ne postoji, dok je bbdca moguće pronaći u nekim organskim tvarima na Marsu. Odredite broj mogućih Marsovskih DNA nizova duljine n .*