

Pismeni ispit iz Primjena diferencijalnog i integralnog računa II

Zadatak 1. (25 bodova)

Peterokut je nastao tako da je nad duljom stranicom nekog pravokutnika konstruiran jednakokračan trokut pri čemu se osnovica tog trokuta podudara sa stranicom pravokutnika. Ako pretpostavimo da je opseg pravokutnika jednak O , kolike trebaju biti duljine svih stranica peterokuta da bi mu površina bila najveća moguća?

Zadatak 2. (10 bodova)

Pretpostavimo da je temperatura u točki (x, y, z) nekog prostora dana s $T(x, y, z) = xy + \sin(yz)$.

- a) U kojem smjeru iz točke $(1, 1, 1)$ temperatura najbrže pada? Kolika je ta promjena?
- b) Hoće li temperatura rasti ili padati iz točke $(1, 0, 0)$ prema točki $(2, 1, 0)$?

Zadatak 3. (15 bodova)

Nadite centar mase dvodimenzionalnog objekta koji zauzima područje ravnine omeđeno s $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$ i $y = \sin x$.

Zadatak 4. (10 bodova)

Zadan je kompleksan potencijal $\omega(z) = (2 + 2i)z$. Odredite kompleksnu brzinu \vec{v} , njen iznos v , potencijal φ , funkciju toka ψ , a zatim skicirajte ekvipotencijalne linije i strujnice!

Zadatak 5. (10 bodova)

Izvedite jednadžbu neprigušenih oscilacija i objasnite njenu ovisnost o vremenu kada ono teži u beskonačno.

Zadatak 6. (20 bodova)

Strujni krug sadrži otpornik jakosti $R = 20\Omega$, induktivitet iznosi $L = 1H$, kapacitet $C = 0.002F$, a baterija proizvodi napon dan funkcijom $E(t) = 12\sin(10t)$. Odredite količinu naboja u trenutku t ako je početna količina naboja jednaka nuli.

Zadatak 7. (10 bodova)

Homogena teška žica mase $m = 3\text{ kg}$ i duljine $l = 2$ napeta je horizontalno utegom mase $m = 10\text{ kg}$ na lijevom kraju. Odredite ravnotežni oblik žice ako je njen desni kraj:

- a) slobodan,
- b) učvršćen!