

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku.
19. veljače 2021.

Pismeni ispit iz Primjena diferencijalnog i integralnog računa II

UPUTE: Kolokvij studenti pišu od 09:00h do 11:00h. Svaki zadatak student treba riješiti na zasebnoj stranici tako da najprije napiše tekst zadatka, a ispod teksta stavi podnaslov: Rješenje ispod kojeg će pisati postupak rješenja. Ako neki zadatak student nije riješio, treba prepisati tekst tog zadatka i ispod teksta napisati da taj zadatak nije riješio. Rješenja zadataka trebaju biti čitko napisana i detaljno obrazložena. Zadatke s rješenjima student treba posložiti u pdf dokument onim redoslijedom kakav je u kolokviju. Paziti da su stranice pdf-a pravilno rotirane. Pdf dokument treba imati naziv imena i prezimena studenta bez kvačica. Studenti pdf dokumente trebaju poslati na smajstor@mathos.hr do 11:20 h. Naknadno poslani dokumenti neće biti uzeti u obzir. Prepisivanje je strogo zabranjeno. Ukoliko studenti budu prepisivali, poništiti će im se kolokvij i zabraniti izlazak na drugi kolokvij, a svi sumnjivi studenti bit će usmeno ispitani. Nejasnoće oko teksta zadataka studenti mogu poslati u terminu 09:00-09:30h na smajstor@mathos.hr ili mogu poslati poruku u MStTeams. Izvan tog termina nije dozvoljeno slati upite.

Zadatak 1. [20 bodova]

Nad jednom stranicom pravokutnika konstruiran je jednakokrtačan trokut. Ako je opseg tako dobivenog peterokuta jednak 1010 *cm*, kolike trebaju biti duljine njegovih stranica da bi mu površina bila najveća moguća?

Zadatak 2. [15 bodova]

Izračunajte srednju gustoću naboja ploče koja se može smjestiti u XOY ravninu tako da su joj rubovi krivulje $y = 2^x$, $x = 0$ i $y = 4$. Gustoća naboja u točki (x, y) dane ploče zadana je funkcijom $\rho(x, y) = \frac{y}{2^x}$.

Zadatak 3. [10 bodova]

Izračunajte rad što ga obavlja sila $\vec{F}(x, y) = y^2\vec{i} + (2xy - 2y + 3)\vec{j}$ pomičući česticu po krivulji $\vec{r}(t) = e^t \sin t \vec{i} + e^t \cos t \vec{j}$, $0 \leq t \leq \pi$ u smjeru porasta parametra t .

Zadatak 4. [10 bodova]

Dokažite da Joukowski preslikavanje definirano s

$$w = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$$

preslikava kružnice sa središtem u ishodištu u elipse.

Zadatak 5. [15 bodova]

Riješite Dirichletov rubni problem

$$\begin{cases} \Delta u(x, y) = 0, & \text{na } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > x\} \\ u(x, y) = \pi, & y = x. \end{cases}$$

Zadatak 6. [20 bodova]

Tijelo mase 2 *kg* obješeno je za oprugu čija je konstanta elastičnosti jednaka 2. Odredite jednadžbu gibanja tijela ako je ono prigušeno konstantom prigušenja $c = 4$, a na tijelo djeluje vanjska sila $F(t) = 12 \cos t + 2t^2 + 4t$. U trenutku $t = 0$ opruga je istegnuta za 1 *m*, a zatim je puštena.

Zadatak 7. [10 bodova]

Izvedite rješenje jednadžbe neprigušenih slobodnih oscilacija jednodimenzionalnog harmonijskog oscilatora i obrazložite ovisnost tog rješenja o vremenu kada ono teži u beskonačno.