

1. kontrolna zadaća iz Kombinatorike i diskretne matematike
Ak. god. 2011./2012.

Zadatak 1 [15b] *Matrica 6×6 popunjava se elementima iz skupa $\{0, 1\}$. Izračunaju se sume u pojedinim retcima i stupcima. Koristeći Dirichletov princip, dokažite da za proizvoljnu matricu popunjenu tim elementima, među izračunatim sumama postoje barem dvije jednake! Koju formu Dirichletovog principa ste koristili? Iskažite ju!*

Zadatak 2 [20b] *Koliko se različitih riječi duljine 7 može načiniti od 30 slova hrvatske abecede*
a) *proizvoljno*
b) *tako da svaka riječ ima međusobno različita slova i to 3 samoglasnika i 4 suglasnika*
c) *tako da svaka riječ ispunjava uvjete iz b), ali 3 samoglasnika moraju biti jedan do drugoga?*

Zadatak 3 [10b] *Koliko je različitih 8-znamenkastih brojeva koji imaju iste znamenke kao i broj 85221559?*

Zadatak 4 [20b] *Iskažite De Moivreov teorem o broju r -kombinacija multiskupa sa beskonačnim kratnostima elemenata.*

Na raspolaganju je 15 olovaka, 18 gumica za brisanje i 10 notesa. Treba ih podijeliti među četvero studenata. Na koliko je načina to moguće učiniti ako

- svaki student treba dobiti barem jedan notes,*
- svaki student treba dobiti najmanje 3 gumice, najmanje 2 olovke i najmanje 1 notes,*
- jedan (već odabran) student ne dobije ništa, a preostala trojica dobiju najmanje 1 olovku i najmanje 1 notes ili najmanje 2 olovke i najmanje 2 notesa?*

Zadatak 5 [20b] *Iskažite binomni teorem. Primijenite ga na izraz $(1+x)^n$, a zatim uz pomoć derivacija takvog izraza dokažite da vrijedi*

$$\sum_{k=0}^n k(n+k-1) \binom{n}{k} = n(3n-1)2^{n-2}.$$

Zadatak 6 [15b] *Precizno iskažite multinomni teorem, a zatim ga direktno primijenite na izraz*

$$(x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4)^n.$$

Koliki je koeficijent uz $x_1 x_2^3 x_4^5$ ako vrijedi $x_3 = 3$ i $n = 14$?

1. kontrolna zadaća iz Kombinatorike i diskretne matematike
Ak. god. 2011./2012.

Zadatak 1 [15b] *Matrica 4×4 popunjava se elementima iz skupa $\{-2, 0\}$. Izračunaju se sume u pojedinim retcima i stupcima. Koristeći Dirichletov princip, dokažite da za proizvoljnu matricu popunjenu tim elementima, među izračunatim sumama postoje barem dvije jednake! Koju formu Dirichletovog principa ste koristili? Iskažite ju!*

Zadatak 2 [20b] *Zadan je skup $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.*

- Koliko je različitih peteroznamenastih brojeva sastavljenih od znamenaka skupa S ?*
- Koliko je različitih peteroznamenastih brojeva s međusobno različitim znamenkama iz S tako da sadrže točno 2 parne i 3 neparne znamenke?*
- Koliko je različitih peteroznamenastih brojeva koji ispunjavaju sve uvjete iz b), ali 2 parne znamenke moraju biti susjedne?*

Zadatak 3 [10b] *Odredite broj različitih riječi duljine 7 koji sadrže ista slova kao i riječ ELEMENT.*

Zadatak 4 [20b] *Iskažite teorem o broju r -kombinacija multiskupa sa beskonačnim kratnostima elemenata.*

Na raspolaganju je 25 kolača, 8 od čokolade, 7 od kokosa i 10 od lješnjaka. Treba ih podijeliti među četvero djece. Na koliko je načina to moguće učiniti ako

- jedno (već odabrano) dijete ne dobije niti jedan kolač,*
- svako dijete treba dobiti najmanje 1 kolač od lješnjaka i točno 2 kolača od čokolade,*
- dvoje (već odabrane) djece ne dobije ništa, a ostalo dvoje dobije najmanje 1 ili najmanje 2 kolača od kokosa?*

Zadatak 5 [20b] *Iskažite binomni teorem. Primijenite ga na izraz $(1+x)^n$, a zatim uz pomoć integracije takvog izraza dokažite da vrijedi*

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{(k+1)2^{2n-k}} \binom{n}{k} = \frac{3^{n+1} - 1}{(n+1)2^{2n+1}}.$$

Zadatak 6 [15b] *Precizno iskažite multinomni teorem, a zatim ga direktno primijenite na izraz*

$$(x_1 + x_2 + 3x_3)^n.$$

Koliki je koeficijent uz $x_2^4 x_3^5$ ako vrijedi $x_1 = 2$ i $n = 12$?