

Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
22. rujna 2020.

Pismeni ispit iz Integralnog računa

1. [20 bod.] Izračunajte integral:

$$\int_{-2006\pi}^{2006\pi} \min \{ |\cos 4x|, |\sin 8x| \} dx .$$

2. [20 bod.] Nađite površinu između krivulja $y = \frac{1}{1+x^2}$ i $y = \frac{x^2}{2}$.

3. [20 bod.] Odredite sve $\alpha \in \mathbb{R}$ takve da nepravi integral

$$\int_1^{\infty} \frac{x^\alpha}{|\sin x|^{\frac{1}{3}} + x} dx$$

konvergira.

4. [20 bod.] Neka je $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ niz realnih brojeva takav da red $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ konvergira. Konvergiraju li nužno sljedeći redovi? (Ako da - dokažite, ako ne - dajte kontraprimjer.)

a) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin n$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2020} \cdot a_n}$

5. [20 bod.]

- a) Odredite koeficijent uz član x^{2020} u MacLaurinovom razvoju funkcije $f(x) = \sin^2 x + \ln(1+x)^2$.

- b) Izračunajte sumu reda

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1 + (2n)!}{3^{2n+1} (2n+1)!} .$$