



Pravila

Kolokvij se piše 90 min te se predaje s radnim listom i papirom sa zadacima. Prozvodnost na kolokviju je 40% od ukupnog broja bodova, a minimalan broj bodova na svakom kolokviju mora biti 20% od ukupnog broja bodova.

Zadatak 1 (20). Primjenom Cauchy integralne formule izračunajte integral

$$\oint_{\Gamma} \frac{\sin \pi z^2 + \cos \pi z^2}{(z-1)(z-2)} dz,$$

gdje je Γ pozitivno orjentirana kružnica $|z - i| = 3$.

Zadatak 2 (25). a) Odredite radijus konvergencije reda:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2} (z-2)^n.$$

b) Razvijte funkciju

$$f(z) = \frac{z+1}{z(z-3i)}$$

u Laurentov red oko točke $z_0 = 2$ u području koje sadrži točku -1 .

Zadatak 3 (15). Odredite i klasificirajte singularitete sljedećih funkcija:

a) $f(z) = z^2 \tanh\left(\frac{1}{z}\right)$

b) $f(z) = e^{(z-\frac{1}{z})}$

Zadatak 4 (20). Izračunajte:

$$\oint_{|z|=15} \frac{1 + e^z z^2 \sin \frac{1}{z} - z^2 \sin \frac{1}{z}}{e^z - 1} dz.$$

Zadatak 5 (10). Koristeći teorem o reziduumima izračunajte integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin(\pi x)}{x^2 + 2x + 5} dx.$$